

**REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS** IBRACON STRUCTURES AND MATERIALS JOURNAL

# Low-rise structures in reinforced concrete: approximation of material nonlinearity for global stability analysis

## Estruturas de pequeno porte em concreto armado: consideração aproximada da não-linearidade física para análise da estabilidade global



L. M. MOREIRA <sup>a</sup> moreiralm19@gmail.com

C. H. MARTINS <sup>b</sup> chmartins2007@gmail.com

## Abstract

In the analysis of the second-order global effects, the material nonlinearity (NLF) can be considered in an approximate way, defining for the set of each structural element a mean flexural stiffness. However, there is less research concerning low-rise buildings in the analysis of global stability in contrast to high buildings, because these have a greater sensitivity to this phenomenon and they are more studied. In this way, the paper objective is to determine the flexural stiffness values, of beams and columns, for buildings with less than four floors, to approximate consideration of the NLF in the global analysis. The idealized examples to buildings with 1, 2 and 3 floors, being simulated through the software CAD/TQS and an analysis model based in an iterative process. The simulations results defined the stiffness values of the set of beams and columns in each example, followed by a statistical analysis to define general values of application in the buildings. Finally, a proposal is suggested of stiffness reduction coefficients for beams and columns to be adopted in the approximation the NLF (El<sub>sec</sub> =  $\alpha_{vp} \cdot E_{ci} \cdot I_c$ ), as follows: buildings with 1 floor ( $\alpha_v = 0,17$  and  $\alpha_p = 0,66$ ), buildings with 2 floors ( $\alpha_v = 0,11$  and  $\alpha_v = 0,71$ ) and buildings with 3 floors ( $\alpha_v = 0,14$  and  $\alpha_v = 0,72$ ). The results obtained to consider the second order global effects with more safely.

Keywords: self-supporting, shuttering, negative bending, lattice joist, mini lattice panel, buckling.

## Resumo

Na análise dos efeitos globais de segunda ordem, a não-linearidade física (NLF) pode ser considerada de forma aproximada, definindo-se para o conjunto de cada elemento estrutural, uma rigidez secante à flexão. No entanto, encontram-se menos pesquisas referentes a edifícios baixos na análise da estabilidade global em contraste com os edifícios altos, pois estes possuem uma maior sensibilidade a esse fenômeno e, consequentemente, são objeto de maior estudo. Desta forma, o objetivo deste trabalho é determinar os valores de rigidez à flexão, de vigas e pilares, para edificações com menos de quatro pavimentos, de modo a considerar a NLF de forma aproximada na análise global. Os exemplos idealizados são referentes a edificações com 1, 2 e 3 pavimentos, sendo simulados através do software CAD/TQS e por meio de um modelo de análise baseado em um processo iterativo. Os resultados das simulações definiram os valores da rigidez do conjunto de vigas e de pilares em cada exemplo, prosseguindo-se a uma análise estatística com o intuito de se definir valores gerais de aplicação nas edificações. Por fim, apresenta-se uma proposta de coeficientes redutores de rigidez para vigas e pilares a serem adotados na consideração da NLF de forma aproximada (El<sub>sec</sub> =  $\alpha_{vip} \cdot E_{cl} l_c$ ), conforme a seguir: edifícios com 1 pavimento ( $\alpha_v = 0,17 \in \alpha_p = 0,66$ ), edifícios com 2 pavimentos ( $\alpha_v = 0,15 \in \alpha_v = 0,71$ ) e deifícios com 3 pavimentos ( $\alpha_v = 0,14 \in \alpha_v = 0,72$ ). Os resultados obtidos podem ser utilizados para a análise de estruturas de pequeno porte de modo a se considerar os efeitos globais de segunda ordem de forma mais segura.

Palavras-chave: efeitos de segunda ordem, análise global, rigidez dos elementos estruturais.

Federal Institute of Education, Science and Technology of Mato Grosso do Sul, Department of Infrastructure, Aquidauana, MS, Brazil;
 State University of Maringá, Department of Civil Engineering, Maringá, PR, Brazil.

Received: 08 Dec 2016 • Accepted: 06 Feb 2017 • Available Online: 15 Feb 2018

## 1. Introdução

Basicamente, a estabilidade global avalia os efeitos globais de segunda ordem nas edificações, considerando-se a não-linearidade física (NLF) dos materiais constituintes e, a não-linearidade geométrica (NLG) oriunda da estrutura em seu estado deformado. Porém, nessa fase, os elementos estruturais ainda não estão dimensionados e, consequentemente, não há detalhamento das armaduras. Logo, a análise da estabilidade global caracteriza-se como uma etapa preliminar ao dimensionamento das estruturas e, desta forma, utiliza-se de uma avaliação aproximada da NLF.

A NLF pode ser considerada de forma aproximada, definindo-se para o conjunto de cada elemento estrutural, uma rigidez secante à flexão. No entanto, as pesquisas sobre este tema vêm sendo direcionadas aos edifícios altos, contextualizando as edificações de pequeno porte como meros "coadjuvantes" na análise da estabilidade global.

Um fato que confirma essa conjetura é que a ABNT NBR 6118:2014 sugere, no item 15.7.3, valores de rigidez aproximados para vigas, pilares e lajes, em edificações com no mínimo quatro pavimentos. De acordo com IBRACON (2015), a utilização dos valores de rigidez sugeridos pela ABNT NBR 6118:2014 em edificações de menor porte pode conduzir a resultados contra a segurança das estruturas. Pois, nesse caso, os valores de rigidez dos elementos costumam ser menores.

Logo, a definição da rigidez do conjunto de vigas e de pilares em uma edificação para a análise da estabilidade global, demonstrase de grande importância e, ao mesmo tempo, de elevada complexidade. Pois, cada edificação possui características singulares que, por sua vez, afetam a determinação da rigidez secante do conjunto de seus elementos estruturais.

Khuntia e Ghosh (2004a) apresentaram valores de rigidez à flexão efetiva ( $EI_{\rm ef}$ ) para vigas e pilares obtidos por meio de uma abordagem analítica. Para tal, realizaram um estudo paramétrico onde as análises de vigas e pilares foram realizadas de forma distinta, com o intuito de investigar a dependência existente entre a rigidez à flexão e outros parâmetros relevantes.

De acordo com os resultados obtidos, propuseram uma equação para o cálculo de  $EI_{\rm ef}$  para pilares, de acordo com a equação 1.

$$EI_{ef} = E_c I_g \cdot \left(0.80 + 25 \cdot \rho_g\right) \cdot \left(1 - \frac{e}{h} - 0.5 \cdot \frac{P_u}{P_o}\right)$$
(1)

em que:

- El<sub>ef</sub>: rigidez à flexão efetiva;
- E<sub>c</sub>I<sub>a</sub>: rigidez à flexão da seção bruta;
- $\rho_{a}$ : taxa de armadura longitudinal;
- e/h: excentricidade relativa;
- ρ<sub>u</sub>: força normal solicitante de cálculo;
- $\rho_0$ : força normal resistente de cálculo.

Enquanto que, para as vigas, propuseram expressões para as seguintes situações:

I. Para vigas retangulares com  $f_{ck} \leq 41,4~MPa$ , o $EI_{cf}~$ pode ser calculado pela equação 2 ou pela equação 3, que considera o momento de inércia da seção fissurada.

$$\mathrm{EI}_{\mathrm{ef}} = \mathrm{E}_{\mathrm{c}}\mathrm{I}_{\mathrm{g}} \cdot \left(0,10+25\cdot\rho_{\mathrm{g}}\right) \cdot \left(1,2-0,2\cdot\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{d}}\right) \leq 0,6\cdot\mathrm{E}_{\mathrm{c}}\mathrm{I}_{\mathrm{g}} \qquad (2)$$

$$I_{cr} = \frac{b \cdot c^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - c)^2$$
(3)

em que:

- El<sub>ef</sub>: rigidez à flexão efetiva;
- $E_{c}I_{g}$ : rigidez à flexão da seção bruta;
- $\rho_{\text{g}}$ : taxa de armadura longitudinal;
- b : largura da viga;
- d : altura útil da seção;
- c : profundidade da linha neutra;
- n : relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto;
- A<sub>s</sub>: área de aço da armadura positiva.
- II. Para vigas retangulares com  $\,f_{\rm ck}>$  41,4 MPa, o  $\,EI_{\rm ef}\,$  pode ser calculado pela equação 4.

$$EI_{ef} = E_{c}I_{g} \cdot (0,10 + 25 \cdot \rho_{g}) \cdot (1,2 - 0,2 \cdot \frac{b}{d}) \cdot [1,15 - (4 \cdot 10^{-5}) \cdot f_{c}'] \le 0,6 \cdot E_{c}I_{g}$$
(4)

em que:

- El<sub>ef</sub> : rigidez à flexão efetiva;
- E<sub>c</sub>I<sub>a</sub>: rigidez à flexão da seção bruta;
- $\rho_{a}$ : taxa de armadura longitudinal;
- b : largura da viga;
- d : altura útil da seção;
- f.': resistência à compressão do concreto.
- III. Para vigas com seção T e mesa comprimida, o  $\rm EI_{ef}\,$  pode ser calculado pela equação 5.

$$\frac{\mathrm{EI}_{\mathrm{efT}}}{\mathrm{EI}_{\mathrm{ef}}} = \left(1,0+2,0\cdot\frac{\mathrm{t}_{\mathrm{f}}}{\mathrm{h}}\right) \le 1,4$$
(5)

em que:

El<sub>err</sub> : rigidez à flexão efetiva para vigas com seção T;

- El<sub>ef</sub> : rigidez à flexão efetiva para vigas retangulares;
- t, : largura da mesa;
- h: altura da seção.

De posse das equações, Khuntia e Ghosh (2004a) sugeriram uma metodologia para consideração dos valores de  ${\rm EI}_{\rm ef}$  para vigas e pilares de pórtico, com ênfase aos que possuem pilares esbeltos:

- Na análise de pórticos, para consideração dos esforços globais de primeira e segunda ordem, podem-se assumir inicialmente os valores de El<sub>ef</sub> = 0,35 · E<sub>c</sub>I<sub>g</sub> para as vigas e El<sub>ef</sub> = 0,7 · E<sub>c</sub>I<sub>g</sub> para os pilares;
- 2. Ao final desta primeira análise, recalculam-se os valores de  $EI_{\rm ef}$  para as vigas e para os pilares de acordo com as equações 1 e 2. Se os valores obtidos forem superiores a 15% dos valores iniciais considerados, recomenda-se realizar uma nova análise utilizando-se os valores obtidos pelas equações. Caso contrário, não há necessidade de se realizar uma nova análise.

Khuntia e Ghosh (2004b) validaram a abordagem analítica idealizada em Khuntia e Ghosh (2004a) por meio de análises experimentais.

Martins (2008) analisou vigas de concreto armado, biapoiadas e biengastadas, com diferentes taxas de armadura longitudinal e de carregamentos distribuídos, utilizando-se uma formulação em elementos finitos, com consideração do concreto (integro entre fissuras como fator contribuinte (tension stiffening) e diagramas de M-1/r, de modo a avaliar o  $EI_{\rm ef}$  das vigas nas duas situações de vinculação supracitadas. Para as vigas biapoiadas, os valores

obtidos foram 0,41 · E<sub>a</sub>I<sub>c</sub> ≤ EI<sub>ef</sub> ≤ 0,54 · E<sub>a</sub> I<sub>c</sub>. Enquanto que, para as vigas biengastadas, os valores obtidos foram 0,57 · E<sub>a</sub>I<sub>c</sub> ≤ EI<sub>ef</sub> ≤ 0,64 · E<sub>a</sub>I<sub>c</sub>, onde E<sub>ci</sub> é o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto e I<sub>c</sub> é o momento de inércia da seção bruta das vigas. Como a vinculação das vigas em edifícios de concreto armado deve ser uma situação intermediária em relação às analisadas, ponderou que o EI<sub>ef</sub> aproximado para vigas deve ser de 0,54 · E<sub>a</sub>I<sub>c</sub> em verificações do estado limite último. No entanto, de acordo com os resultados obtidos, enfatizou que o EI<sub>ef</sub> deve ser diferenciado para as vigas com armaduras inferior e superior iguais, e para as vigas com armaduras inferior e superior diferentes.

O ACI 318:2014 sugere a utilização das equações 1 e 2 propostas por Khuntia e Ghosh (2004a) para o cálculo de  $EI_{ef}$  para pilares e vigas, respectivamente. Porém, para os pilares, definem-se os limites de  $0.35 \cdot E_cI_g \leq EI_{ef} \leq 0.875 \cdot E_cI_g$ . E, para as vigas, os limites são  $0.25 \cdot E_cI_g \leq EI_{ef} \leq 0.50 \cdot E_cI_g$ . Os valores finais de  $EI_{ef}$  também devem ser multiplicados pelo fator de redução  $\emptyset_k = 0.875$ . De acordo com Franco (1995), essa redução só faz sentido para a formulação geral da norma americana.

Bueno (2014) determinou valores de rigidez a serem adotados para vigas (El<sub>sec</sub> =  $\alpha_v \cdot E_{cl}|_c$ ) e pilares (El<sub>sec</sub> =  $\alpha_p \cdot E_{c}|_c$ ) em edificações com menos de quatro pavimentos, de modo a considerar a NLF de forma aproximada na avaliação da estabilidade global. Para a obtenção desses valores, idealizou dezenas de exemplos e realizou suas respetivas análises através do software CAD/TQS, versão 16.9.79, atendendo as especificações da ABNT NBR 6118:2007. Por fim, sugeriu os seguintes valores para os coeficientes de rigidez: edifícios com 1 pavimento ( $\alpha_v = 0,20$  e  $\alpha_p = 0,60$ ), edifícios com 2 pavimentos ( $\alpha_v = 0,30$  e  $\alpha_p = 0,60$ ), edifícios com 4 a 10 pavimentos ( $\alpha_v = 0,40$  e  $\alpha_p = 0,60$ ).

Conforme definido no início, na análise global, a NLG está associada às mudanças que ocorrem na geometria da estrutura como um todo e existem métodos consagrados para avalia-la (e. g., coeficiente  $\gamma_z$ , processo P- $\Delta$ , método da matriz de rigidez geométrica). Porém, a con-



Figura 1 Planta de formas estruturais T<sub>1</sub> Fonte: O Autor

sideração da NLG depende essencialmente de uma boa avaliação da deformada da estrutura, ou seja, da correta consideração da NLF.

### 1.1 Objetivo

Determinar os valores de rigidez à flexão, de vigas e pilares, para edificações com menos de quatro pavimentos, de modo a viabilizar a avaliação da NLF de forma aproximada na análise da estabilidade global para as edificações de pequeno porte.

#### 1.2 Justificativa

A ABNT NBR 6118:2014 sugere a utilização do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e/ou do coeficiente  $\gamma_z$  para a avaliação dos efeitos globais de segunda ordem.

Diferentemente do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  – que incorpora em sua formulação valores de rigidez à flexão da estrutura reticulada –, no cálculo do coeficiente  $\gamma_z$  torna-se necessário considerar a NLF com valores redutores de rigidez dos elementos estruturais, sugeridos pela norma no item 15.7.3. No entanto, esses valores são para edificações com no mínimo quatro pavimentos, inviabilizando a utilização do coeficiente  $\gamma_z$  em edifícios de menor porte. Como o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  não detém esta limitação pode-se utilizá-lo para avaliação da estabilidade global em substituição ao coeficiente  $\gamma_z$ . Porém, o parâmetro de instabilidade  $\alpha$ não possibilita o cálculo dos esforços globais de segunda ordem, ao contrário do coeficiente  $\gamma_z$ .

Portanto, a determinação dos valores de rigidez dos elementos estruturais para edificações com menos de quatro pavimentos, possibilita a utilização do coeficiente  $\gamma_{z}$  para a avaliação da esta-



**Figura 2** Planta de formas estruturais T<sub>2</sub> **Fonte:** O Autor

Nomenclatura	Vigas (cm x cm)	Pilares (cm x cm)	Altura piso a piso (m)	Vão das vigas (m)
E	20 x 50	20 x 50	4	5
F	20 x 40	20 x 40	3	4
G	20 x 40	20 x 40	4	5
Н	15 x 40	15 x 40	3	4
	20 x 40	20 x 35	4	5
J	15 x 30	15 x 25	3	4
Fonte: O Autor			•	

## Tabela 1

Tipos de configurações estruturais

bilidade global e cálculo dos esforços globais de segunda ordem (quando necessários) em edifícios deste porte.

Em relação ao cálculo dos esforços globais de segunda ordem, os valores de rigidez à flexão também poderão ser utilizados em metodologias mais complexas para avaliação da NLG, tais como: o processo  $P-\Delta$  e o método da matriz de rigidez geométrica.

## 2. Materiais e simulações numéricas

Neste trabalho, procurou-se definir uma metodologia de análise diferente da empregada por Bueno (2014), com o intuito de ampliar a investigação da NLF aproximada na avaliação da estabilidade global. Lembrando que, conforme o que foi definido no objetivo, tem-se por propósito definir os valores de rigidez de vigas (EI<sub>sec</sub> =  $\alpha_v \cdot E_{ci}I_c$ ) e pilares (EI<sub>sec</sub> =  $\alpha_p \cdot E_{ci}I_c$ ) para edificações com menos de quatro pavimentos.

Desta forma, utilizou-se o software CAD/TQS, versão 18.11.53, disponibilizado pelo Departamento de Engenharia Civil (DEC) da Universidade Estadual de Maringá (UEM), pelo fato de atender

## Tabela 2

Tipos de velocidade básica do vento  $(V_0)$ 

Nomenclatura	Velocidade básica do vento (m/s)
V <sub>1</sub>	30
V <sub>2</sub>	50
Fonte: O Autor	

## Tabela 3

Tipos de resistência característica do concreto (f<sub>c</sub>)

Nomenclatura	Resistência características do concreto (MPa)
f	25
g	40
Fonte: O Autor	

as prescrições da ABNT NBR 6118:2014 e dispor de métodos de análise avançados e automatizados.

## 2.1 Caracterização dos exemplos estudados

Os exemplos estudados são referentes a edificações com 1, 2 e 3 pavimentos. A seguir, são descritas algumas características fixas adotadas em todos os exemplos:

- Para a classificação da agressividade ambiental, escolheu-se a classe II;
- Foi considerada a presença de paredes em alvenaria sobre todas as vigas em todos os pavimentos (nos pavimentos de cobertura, a altura das paredes foi de 1 metro), sendo compostas por blocos de concreto com 14 e 19 cm de largura para as vigas com 15 e 20 cm de largura, respectivamente;
- As lajes do pavimento tipo detêm 12 cm de espessura com 2,0 e 3,0 kN/m² de carga permanente e acidental, respectivamente. Enquanto que, as lajes do pavimento de cobertura detêm 12 cm

## Tabela 4

Exemplos para simulação

Combinações					
3T <sub>1</sub> Ev <sub>1</sub> f	3T <sub>1</sub> Ev <sub>1</sub> g	3T <sub>1</sub> Ev <sub>2</sub> f	3T <sub>1</sub> Ev <sub>2</sub> g		
3T <sub>1</sub> Fv <sub>1</sub> f	3T <sub>1</sub> Fv <sub>1</sub> g	3T <sub>1</sub> Fv <sub>2</sub> f	3T <sub>1</sub> Fv <sub>2</sub> g		
3T <sub>2</sub> Ev <sub>1</sub> f	3T <sub>2</sub> Ev <sub>1</sub> g	3T <sub>2</sub> Ev <sub>2</sub> f	3T <sub>2</sub> Ev <sub>2</sub> g		
3T <sub>2</sub> Fv <sub>1</sub> f	3T <sub>2</sub> Fv <sub>1</sub> g	3T <sub>2</sub> Fv <sub>2</sub> f	3T <sub>2</sub> Fv <sub>2</sub> g		
2T <sub>1</sub> Gv <sub>1</sub> f	2T <sub>1</sub> Gv <sub>1</sub> g	2T <sub>1</sub> Gv <sub>2</sub> f	2T <sub>1</sub> Gv <sub>2</sub> g		
2T <sub>1</sub> Hv <sub>1</sub> f	2T <sub>1</sub> Hv <sub>1</sub> g	2T <sub>1</sub> Hv <sub>2</sub> f	2T <sub>1</sub> Hv <sub>2</sub> g		
2T <sub>2</sub> Gv <sub>1</sub> f	2T <sub>2</sub> Gv <sub>1</sub> g	2T <sub>2</sub> Gv <sub>2</sub> f	2T <sub>2</sub> Gv <sub>2</sub> g		
2T <sub>2</sub> Hv <sub>1</sub> f	$2T_2Hv_1g$	$2T_2Hv_2f$	2T <sub>2</sub> Hv <sub>2</sub> g		
1T <sub>1</sub> Iv <sub>1</sub> f	1T <sub>1</sub> Iv <sub>1</sub> g	$1T_1Iv_2f$	1T <sub>1</sub> Iv <sub>2</sub> g		
1T <sub>1</sub> Jv <sub>1</sub> f	1T <sub>1</sub> Jv <sub>1</sub> g	1T <sub>1</sub> Jv <sub>2</sub> f	1T <sub>1</sub> Jv <sub>2</sub> g		
$1T_2Iv_1f$	$1T_2Iv_1g$	$1T_2Iv_2f$	$1T_2Iv_2g$		
$1T_2Jv_1f$	$1T_2Jv_1g$	$1T_2 Jv_2 f$	$1T_2Jv_2g$		
Fonte: O Autor					

## Tabela 5

Descrição da simbologia adotada na tabela 4

Simbologia			
Número de pavimentos	1, 2, 3		
Tipos de plantas de forma	T <sub>1</sub> , T <sub>2</sub>		
Tipos de configurações estruturais (dimensões de vigas, pilares e lajes; altura de piso a piso; vãos entre vigas)	e, f, g, h, i, j		
Tipos de V <sub>o</sub>	V <sub>1</sub> , V <sub>2</sub>		
Tipos de f <sub>ck</sub>	f, g		
Fonte: O Autor			

de espessura com 3,0 kN/m² de carga permanente e acidental;

Considerou-se a ação do vento e do desaprumo atuando nas quatro direções (0°, 90°, 180° e 270°), resultando em 83 combinações de ações para análise.

Para a análise de cada porte de edificação foram concebidos 16 exemplos que se baseiam em diferentes tipos de plantas de forma, configurações estruturais, velocidades básicas do vento e resistências características do concreto. Nas figuras 1 e 2 e nas tabelas 1, 2 e 3, são apresentadas estas características.

Cabe ressaltar que as configurações estruturais da tabela 1, de nomenclaturas E e F, são utilizadas apenas nos exemplos com 3 pavimentos. As de nomenclaturas G e H são utilizadas apenas

nos exemplos com 2 pavimentos. E, as de nomenclaturas I e J são utilizadas apenas nos exemplos com 1 pavimento. Esta diferenciação foi aplicada para vislumbrar características compatíveis com o que é empregado nas edificações reais.

Com isso, na tabela 4, pode-se visualizar a lista de exemplos simulados. Para compreender a simbologia adotada, convém observar a tabela 5.

A variabilidade aplicada na concepção dos exemplos foi adotada para que se obtivessem diferentes detalhamentos de armaduras nos elementos estruturais e, consequentemente, diferentes taxas de armadura. Lembrando que, a rigidez dos elementos estruturais é sensível à variação da taxa de aço definida para cada elemento estrutural.



Nota: os "elementos anômalos" são os elementos de barra discretizados que não atenderam ao ELU.

### Figura 3

Modelo de análise dos exemplos Fonte: O Autor

#### 2.2 Modelo de análise dos exemplos

Com os exemplos definidos, o próximo passo é demonstrar como os mesmos foram analisados. O modelo de análise desenvolvido se baseia em um processo iterativo para a obtenção dos resultados. Onde, após a convergência, os valores médios de rigidez obtidos para vigas e pilares representam com precisão a NLF de forma aproximada para o exemplo simulado.

Na figura 3, pode-se verificar por meio do fluxograma, o processo de simulação de todos os exemplos.

#### 2.2.1 Processamento 1

Inicialmente, avalia-se a NLF de forma aproximada com os valores de rigidez para as vigas ( $EI_{sec} = 0.4 \cdot E_{a}I_{c}$ ) e para os pilares ( $EI_{sec} = 0.8 \cdot E_{a}I_{c}$ ) – lembrando que, estes valores são usuais para edifícios com quatro pavimentos ou mais, no entanto, foram utilizados como medida inicial. A NLG é analisada pelo processo P- $\Delta$ . Após a estimativa dos esforços globais (1° ordem + 2° ordem), prossegue-se a análise dos efeitos locais de segunda ordem nos pilares. Deste modo, definido o valor dos esforços totais em cada elemento, procede-se ao dimensionamento e detalhamento dos elementos estruturais, de acordo com os parâmetros definidos na ABNT NBR 6118:2014.

#### 2.2.2 Processamento 2

Com o auxílio do pórtico não-linear físico e geométrico (PNLFG) efetua-se a avaliação da NLF por diagramas de M-1/r e N-M-1/r para as vigas e para os pilares, respectivamente. Análogo ao processamento 1, a NLG é avaliada pelo processo P-Δ.

Este processamento consiste apenas em uma verificação quanto ao ELU e possibilita a obtenção dos valores de rigidez para cada elemento de barra discretizado das vigas e dos pilares.

A discretização destes é realizada em elementos de barra com 50 cm de comprimento, pois em testes preliminares apresentou um desempenho semelhante à discretização em elementos de barras com 10 cm de comprimento e, visando economia no custo computacional, a escolha foi justificada.

Para as barras discretizadas que não atendem ao ELU, efetuam--se, manualmente, acréscimos mínimos nas respectivas áreas de aço e, em seguida, submete-se o exemplo a uma nova análise quanto a NLF e NLG por meio do PNLFG, obtendo-se novos valores de rigidez para cada barra discretizada. Esse processo se repete até que todos os elementos atendam ao ELU.

Posteriormente, anotam-se os valores médios de rigidez fornecidos pelo software, do conjunto de vigas e pilares da estrutura.

#### 2.2.3 Processo iterativo

Com os coeficientes obtidos (valores médios de rigidez), substituem-se os valores iniciais de NLF (vigas:  $EI_{sec} = 0.4 \cdot E_{ci}I_{c}$  e pilares:  $EI_{sec} = 0.8 \cdot E_{ci}I_{c}$ ) por estes e, deste modo, efetuam-se novamente os processamentos 1 e 2.

Como os valores dos coeficientes são apresentados com uma precisão de duas casas decimais, esse processo iterativo se repete até que os valores de uma iteração sejam iguais aos de uma iteração anterior. Após a convergência, os valores obtidos representam a avaliação da NLF de forma aproximada para aquela estrutura.

#### 2.3 Tratamento estatístico

Com os valores de rigidez estimados em cada exemplo devido ao processo iterativo, deve-se realizar o tratamento estatístico para obtenção dos valores médios dos coeficientes redutores de rigidez para avaliação da NLF de forma aproximada em edificações com 1, 2 e 3 pavimentos.

Para isto, as medidas utilizadas para descrever o conjunto de valores obtidos em cada exemplo são medidas de tendência central (média representativa) e medidas de dispersão (desvio padrão, coeficiente de variação, valor máximo e mínimo). Também se utilizaram gráficos de distribuição de Gauss x Histograma, de modo a comparar a distribuição prevista matematicamente com a que representa os dados obtidos numericamente.

A média representativa é o valor para onde mais se concentram os dados de uma distribuição e, para os fins deste trabalho, pode ser definida pela equação 6.

$$\overline{\alpha_{(v/p)}} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \alpha_{(v/p)i}$$
(6)

em que:

n : número de exemplos simulados;

 $\overline{\alpha_{_{(v/p)}}}$  : coeficiente médio de redução da rigidez das vigas ou dos pilares;

 $\alpha_{\mbox{\tiny (v/p)i}}$  : coeficiente redutor de rigidez das vigas ou dos pilares, obtido em cada exemplo.

O desvio padrão representa o quanto de variação ou dispersão existe em relação à média para um determinado conjunto de dados e, para os fins deste trabalho, pode ser definido pela equação 7.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (\alpha_{(v/p)i} - \overline{\alpha_{(v/p)}})^2}$$
(7)

em que:

s : desvio padrão;

 $\alpha_{(v/p)i}$ : coeficiente redutor de rigidez das vigas ou dos pilares, obtido em cada exemplo.

O coeficiente de variação é uma medida de dispersão relativa, utilizada para a precisão de estimativas e representa o desvio padrão expresso como porcentagem da média. Para os fins deste trabalho, pode ser definido pela equação 8.

$$c_{\rm v} = \frac{\rm s}{\alpha_{\rm (v/p)}} \cdot 100 \tag{8}$$

em que:

c, : coeficiente de variação expresso em porcentagem (%);

s : desvio padrão;

 $\overline{\alpha_{\scriptscriptstyle (v/p)}}$  : coeficiente médio de redução da rigidez das vigas ou dos pilares.

Basicamente, quanto menor o valor do coeficiente de variação, mais homogêneo são os dados, ou seja, menor é a dispersão em torno da média. De forma geral, o coeficiente de variação pode ser avaliado, como:

- $c_v \le 15\%$  : baixa dispersão (dados homogêneos);
- 15% <  $c_v \le 30\%$  : média dispersão;
- c<sub>v</sub> > 30% : alta dispersão (dados heterogêneos).

## 3. Resultados e discussões

Para cada exemplo idealizado foram obtidos os respectivos valores de rigidez para o conjunto de vigas (El<sub>sec</sub> =  $\alpha_v \cdot E_{ci}I_c$ ) e de pilares

## Tabela 6

Resultados das simulações (parte 1)

 $(EI_{sec} = \alpha_p \cdot E_{cl}I_c)$ . Na tabela 6 são apresentados os valores obtidos em cada iteração e valor estimado que representa a NLF aproximada em cada exemplo analisado.

De posse dos valores estimados dos coeficientes redutores de rigidez de cada exemplo descritos na tabela 6, realizou-se o tratamento estatístico para obtenção dos valores médios dos coeficientes redutores de rigidez para avaliação da NLF de forma aproximada em edificações com 1, 2 e 3 pavimentos.

A seguir, são descritos os resultados oriundos do tratamento estatístico.

Exemplo	1ª iteração	2ª iteração	3ª iteração	4ª iteração	5ª iteração	Estimado	Taxa média de armadura das vigas (%)	Taxa média de armadura dos pilares (%)
3T1Ev1f	α <sub>ν</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,75	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,72	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,71	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,72	-	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,72	0,92	0,73
3T1Ev1g	α <sub>ν</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,79	α <sub>v</sub> :0,12 α <sub>p</sub> :0,74	α <sub>v</sub> :0,12 α <sub>p</sub> :0,74	-	-	α <sub>v</sub> :0,12 α <sub>p</sub> :0,74	0,83	0,5
3T1Ev2f	α <sub>ν</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,74	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,71	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,71	-	-	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,71	0,92	0,76
3T1Ev2g	α <sub>ν</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,79	α <sub>ν</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,74	α <sub>ν</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,74	-	-	α <sub>v</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,74	0,92	0,5
3T1Fv1f	α <sub>ν</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,77	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	-	-	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	0,75	0,59
3T1Fv1g	α <sub>ν</sub> :0,11 α <sub>p</sub> :0,82	α <sub>ν</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,77	α <sub>ν</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,77	-	-	α <sub>v</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,77	0,69	0,59
3T1Fv2f	α <sub>ν</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,77	α <sub>ν</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,73	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	-	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	0,8	0,6
3T1Fv2g	α <sub>ν</sub> :0,11 α <sub>p</sub> :0,82	α <sub>ν</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,77	α <sub>ν</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,77	-	-	α <sub>v</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,77	0,72	0,59
3T2Ev1f	α <sub>ν</sub> :0,18 α <sub>p</sub> :0,74	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,69	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,68	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,68	-	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,68	0,85	0,62
3T2Ev1g	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,78	α <sub>ν</sub> :0,12 α <sub>p</sub> :0,72	α <sub>ν</sub> :0,12 α <sub>p</sub> :0,71	α <sub>v</sub> :0,12 α <sub>p</sub> :0,71	-	α <sub>v</sub> :0,12 α <sub>p</sub> :0,71	0,82	0,5
3T2Ev2f	α <sub>ν</sub> :0,20 α <sub>p</sub> :0,72	α <sub>ν</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,68	α <sub>ν</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,68	-	-	α <sub>v</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,68	1,03	0,83
3T2Ev2g	α <sub>v</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,76	α <sub>v</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,70	α <sub>v</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,70	-	-	α <sub>v</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,70	0,96	0,56
3T2Fv1f	α <sub>ν</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,75	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,70	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,70	-	-	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,70	0,72	0,6
3T2Fv1g	α <sub>ν</sub> :0,11 α <sub>p</sub> :0,80	α <sub>ν</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,73	α <sub>ν</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,74	α <sub>v</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,74	-	α <sub>v</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,74	0,68	0,59
3T2Fv2f	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,75	α <sub>v</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,69	α <sub>v</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,70	α <sub>v</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,70	-	α <sub>v</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,70	0,76	0,6
3T2Fv2g	α <sub>ν</sub> :0,12 α <sub>p</sub> :0,79	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,72	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,73	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,73	-	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,73	0,72	0,59
Fonte: O Autor								

#### 3.1 Edificações com 3 pavimentos

#### 3.1.1 Coeficiente médio de redução da rigidez para as vigas

Na figura 4, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma e, na tabela 7, estão dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.

#### Table 6

Resultados das simulações (parte 2)

#### Taxa Taxa média de média de 1ª **2**° 3ª **4**ª **5**° armadura armadura Estimado Exemplo iteração iteração iteração iteração iteração dos pilares das vigas (%) (%) α<sub>v</sub>:0,18 α,:0,18 α,:0,18 α,:0,18 2T1Gv1f 1,34 0,85 \_ \_ α<sub>p</sub>:0,69 α<sub>p</sub>:0,69 α<sub>0</sub>:0,70 α<sub>2</sub>:0,69 α.:0,15 α.:0,15 α.:0,15 α.:0,15 1,26 0,7 2T1Gv1g \_ \_ α<sub>p</sub>:0,71 α<sub>0</sub>:0,71 α<sub>p</sub>:0,74 α<sub>p</sub>:0,71 α.:0,18 α.:0,18 α.:0,18 α.:0,18 2T1Gv2f 1,28 0,87 α<sub>D</sub>:0,70 α<sub>D</sub>:0,69 α\_:0,69 α\_:0,69 α::0,15 α.:0,14 α.:0,14 α.:0,14 2T1Gv2g 1,24 0,74 \_ \_ α<sub>p</sub>:0,75 α<sub>p</sub>:0,72 $\alpha_{p}:0,72$ α<sub>p</sub>:0,72 α,:0,16 α,:0,15 α,:0,15 α,:0,15 α,:0,15 2T1Hv1f 0,81 1.03 α<sub>0</sub>:0,81 α<sub>0</sub>:0,76 α<sub>0</sub>:0,76 α<sub>p</sub>:0,76 α<sub>0</sub>:0,76 α,:0,13 α,:0,14 α.:0,14 α.:0,13 α.:0,14 0,81 0,79 2T1Hv1g \_ α<sub>p</sub>:0,78 α<sub>p</sub>:0,78 α<sub>.</sub>:0,78 α<sub>p</sub>:0,84 α<sub>p</sub>:0,78 α,:0,15 α.:0,15 α.:0,15 α.:0,15 0,79 2T1Hv2f \_ 1,01 \_ α<sub>p</sub>:0,82 α<sub>p</sub>:0,76 α<sub>0</sub>:0,76 α<sub>p</sub>:0,76 α,:0,13 α,:0,14 α,:0,13 α,:0,14 α,:0,14 0,83 0.79 2T1Hv2g \_ $\alpha_{p}:0,85$ α<sub>p</sub>:0,78 α<sub>p</sub>:0,79 α<sub>p</sub>:0,78 α<sub>p</sub>:0,78 α.:0,18 α.:0,18 α.:0,18 α.:0,18 2T2Gv1f \_ 1,27 0,76 α<sub>p</sub>:0,65 α<sub>p</sub>:0,68 α<sub>p</sub>:0,65 α<sub>0</sub>:0,65 α.:0,15 α.:0,15 α.:0,15 α.:0,15 2T2Gv1g \_ 1,17 0,66 α<sub>D</sub>:0,72 α<sub>p</sub>:0,67 α<sub>2</sub>:0,67 α<sub>p</sub>:0,67 α.:0,18 α.:0,19 α.:0,18 α.:0,19 α.:0,18 2T2Gv2f 1,31 0,88 \_ <u>α</u><sub>p</sub>:0,65 <u>α</u><sub>p</sub>:0,65 α<sub>p</sub>:0,67 α<sub>p</sub>:0,64 α<sub>p</sub>:0,65 α,:0,15 α,:0,15 α.:0,15 α.:0,15 1,26 2T2Gv2g \_ 0,78 \_ α<sub>p</sub>:0,70 α<sub>0</sub>:0,66 α<sub>0</sub>:0,66 α<sub>p</sub>:0,66 α,:0,16 α<sub>v</sub>:0,16 α,:0,16 α,:0,16 2T2Hv1f 0,8 0,93 \_ \_ α<sub>p</sub>:0,80 α<sub>p</sub>:0,73 α<sub>p</sub>:0,73 α\_:0,73 α,:0,14 α,:0,14 α,:0,14 α,:0,14 0.73 0,79 2T2Hv1g \_ \_ α<sub>p</sub>:0,82 α.:0,75 α.:0,75 α<sub>.</sub>:0,75 α,:0,14 α.:0,14 α.:0,14 α.:0,14 0,76 0,79 2T2Hv2g \_ \_ α<sub>p</sub>:0,81 α<sub>p</sub>:0,73 α<sub>p</sub>:0,73 α<sub>p</sub>:0,73 α.:0,19 α.:0,17 α.:0,17 α.:0,17 α\_:0,17 1T1lv1f 1,06 \_ 0,46 α<sub>.</sub>:0,65 α<sub>p</sub>:0,65 α<sub>0</sub>:0,68 α<sub>p</sub>:0,64 α<sub>0</sub>:0,65 Fonte: O Autor

#### 3.1.2 Coeficiente médio de redução da rigidez para os pilares

Na figura 5, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma e, na tabela 8, estão dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.



## Figura 4

Distribuição de Gauss x Histrograma para a rigidez das vigas nos exemplos com 3 pavimentos Fonte: O Autor

## Table 6

Resultados das simulações (parte 3)



## Figura 5

Distribuição de Gauss x Histrograma para a rigidez dos pilares nos exemplos com 3 pavimentos Fonte: O Autor

Exemplo	1ª iteração	2ª iteração	3ª iteração	4ª iteração	5ª iteração	Estimado	Taxa média de armadura das vigas (%)	Taxa média de armadura dos pilares (%)
1T1lv1g	α <sub>ν</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,71	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,64	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,64	-	-	α <sub>ν</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,64	1,12	0,73
1T1lv2f	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,67	α <sub>ν</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,65	α <sub>v</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,64	α <sub>v</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,64	-	α <sub>ν</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,64	1,09	0,8
1T1lv2g	α <sub>v</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,71	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,65	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,64	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,64	-	α <sub>ν</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,64	1,07	0,73
1T1Jv1f	α <sub>v</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,76	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,73	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,73	-	-	α <sub>ν</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,73	1,27	1,42
1T1Jv1g	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,78	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	-	-	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	1,12	1,25
1T1Jv2f	α <sub>ν</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,75	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,73	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,73	-	-	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,73	1,25	1,55
1T1Jv2g	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,78	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	-	-	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,73	1,12	1,29
1T2lv1f	α <sub>v</sub> :0,21 α <sub>p</sub> :0,67	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,62	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,62	-	-	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,62	1,11	0,56
1T2lv1g	α <sub>v</sub> :0,18 α <sub>p</sub> :0,71	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,63	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,62	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,62	-	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,62	1,03	0,56
1T2lv2f	α <sub>v</sub> :0,21 α <sub>p</sub> :0,66	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,62	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,62	-	-	α <sub>v</sub> :0,19 α <sub>p</sub> :0,62	1,05	0,59
1T2lv2g	α <sub>v</sub> :0,18 α <sub>p</sub> :0,70	α <sub>v</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,62	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,62	α <sub>v</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,62	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,62	α <sub>ν</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,62	1,06	0,56
1T2Jv1f	α <sub>v</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,73	α <sub>v</sub> :0,20 α <sub>p</sub> :0,69	α <sub>v</sub> :0,21 α <sub>p</sub> :0,69	α <sub>v</sub> :0,21 α <sub>p</sub> :0,69	-	α <sub>v</sub> :0,21 α <sub>p</sub> :0,69	1,25	1,35
1T2Jv1g	α <sub>v</sub> :0,14 α <sub>p</sub> :0,75	α <sub>v</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,67	α <sub>v</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,68	α <sub>v</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,67	α <sub>ν</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,67	α <sub>v</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,67	1,17	0,94
1T2Jv2f	α <sub>v</sub> :0,16 α <sub>p</sub> :0,73	α <sub>v</sub> :0,20 α <sub>p</sub> :0,68	α <sub>v</sub> :0,20 α <sub>p</sub> :0,69	α <sub>v</sub> :0,20 α <sub>p</sub> :0,69	-	α <sub>v</sub> :0,20 α <sub>p</sub> :0,69	1,24	1,4
1T2Jv2g	α <sub>v</sub> :0,13 α <sub>p</sub> :0,76	α <sub>v</sub> :0,15 α <sub>p</sub> :0,68	α <sub>v</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,67	α <sub>v</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,67	-	α <sub>v</sub> :0,17 α <sub>p</sub> :0,67	1,15	0,94
Fonte: O Autor								

IBRACON Structures and Materials Journal • 2018 • vol. 11 • nº 1

## Tabela 7

Resultado da análise estatística para a rigidez das vigas nos exemplos com 3 pavimentos

Estatística descritiva				
Média representativa	0,140625			
Desvio padrão	0,013400871			
Coeficiente de variação	9,53%			
Número de exemplos idealizados	16			
Valor mínimo	0,12			
Valor máximo	0,16			
Fonte: O Autor				

#### 3.2 Edificações com 2 pavimentos

#### 3.2.1 Coeficiente médio de redução da rigidez para as vigas

Na figura 6, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma e, na tabela 9, estão dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.

## Tabela 9

Resultado da análise estatística para a rigidez das vigas nos exemplos com 2 pavimentos

Estatística descritiva				
Média representativa	0,155625			
Desvio padrão	0,015903354			
Coeficiente de variação	10,22%			
Número de exemplos idealizados	16			
Valor mínimo	0,14			
Valor máximo	0,18			
Fonte: O Autor				



#### Figura 6

Distribuição de Gauss x Histrograma para a rigidez das vigas nos exemplos com 2 pavimentos Fonte: O Autor

## Tabela 8

Resultado da análise estatística para a rigidez dos pilares nos exemplos com 3 pavimentos

Estatística descritiva				
Média representativa	0,721875			
Desvio padrão	0,027133927			
Coeficiente de variação	3,76%			
Número de exemplos idealizados	16			
Valor mínimo	0,68			
Valor máximo	0,77			
Fonte: O Autor				

#### 3.2.2 Coeficiente médio de redução da rigidez para os pilares

Na figura 7, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma e, na tabela 10, estão dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.

## Tabela 10

Resultado da análise estatística para a rigidez dos pilares nos exemplos com 2 pavimentos

Estatística descritiva				
Média representativa	0,715			
Desvio padrão	0,043969687			
Coeficiente de variação	6,15%			
Número de exemplos idealizados	16			
Valor mínimo	0,65			
Valor máximo	0,78			
Fonte: O Autor				

![](_page_9_Figure_21.jpeg)

#### Figura 7

Distribuição de Gauss x Histrograma para a rigidez dos pilares nos exemplos com 2 pavimentos Fonte: O Autor

![](_page_10_Figure_1.jpeg)

## Figura 8

Distribuição de Gauss x Histrograma para a rigidez das vigas nos exemplos com 1 pavimento Fonte: O Autor

## 3.3 Edificações com 1 pavimento

#### 3.3.1 Coeficiente médio de redução da rigidez para as vigas

Na figura 8, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma e, na tabela 11, estão dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.

#### 3.3.2 Coeficiente médio de redução da rigidez para os pilares

Na figura 9, pode-se visualizar o gráfico de distribuição de Gauss x Histograma e, na tabela 12, estão dispostos os valores da média representativa, desvio padrão, coeficiente de variação e valores de máximo e mínimo.

## Tabela 11

Resultado da análise estatística para a rigidez das vigas nos exemplos com 1 pavimento

Estatística descritiva				
Média representativa	0,170625			
Desvio padrão	0,022351361			
Coeficiente de variação	13,10%			
Número de exemplos idealizados	16			
Valor mínimo	0,14			
Valor máximo	0,21			
Fonte: O Autor				

![](_page_10_Figure_12.jpeg)

## Figura 9

Distribuição de Gauss x Histrograma para a rigidez dos pilares nos exemplos com 1 pavimento Fonte: O Autor

### 3.4 Proposta de valores de rigidez para vigas e pilares

De acordo com os coeficientes de variação obtidos, as médias representativas obtidas apresentam baixa dispersão em torno da média, ou seja, devido à homogeneidade dos dados, as médias representam de forma satisfatória os valores de rigidez do conjunto de vigas e de pilares obtidos em cada exemplo idealizado. Portanto, na tabela 13 são sugeridos os valores de rigidez para vigas (El<sub>sec</sub> =  $\alpha_v \cdot E_{a}l_c$ ) e pilares (El<sub>sec</sub> =  $\alpha_p \cdot E_{ci}l_c$ ) na consideração da NLF de forma aproximada na análise da estabilidade global, em edificações com menos de quatro pavimentos.

#### 3.4.1 Comparação com trabalho de Bueno (2014)

Na introdução foram descritas as pesquisas relacionadas ao tema deste trabalho e apenas a pesquisa de Bueno (2014) pode ser objeto de comparação direta, pois também teve como objetivo sugerir valores de rigidez para vigas e pilares em edificações com

## Tabela 12

Resultado da análise estatística para a rigidez dos pilares nos exemplos com 1 pavimento

Estatística descritiva			
Média representativa	0,668125		
Desvio padrão	0,043392588		
Coeficiente de variação	6,49%		
Número de exemplos idealizados	16		
Valor mínimo	0,62		
Valor máximo	0,73		
Fonte: O Autor			

# Tabela 13Proposta de coeficientes redutores de rigidez

Pavimentos	α	α <sub>p</sub>		
1	0,17	0,66		
2	0,15	0,71		
3	0,14	0,72		
Fonte: O autor (2016)				

menos de quatro pavimentos. Na tabela 14 estão descritos os valores oriundos de sua proposta, onde  $\gamma_{(z,lim)} = 1,3$  é o valor máximo para utilização do coeficiente  $\gamma_z$ .

A princípio, pode-se evidenciar que os processamentos 1 e 2 da primeira iteração, relativos ao modelo de análise deste trabalho (figura 3), são correspondentes aos processamentos 1 e 2 da metodologia utilizada por Bueno (2014).

No entanto, a partir dessa etapa, as metodologias de análise se diferem, pois no modelo de Bueno (2014), o processamento 4 consisti na comparação dos valores obtidos na avaliação da NLG dos processamentos 4 e 2, por meio da equação  $\gamma_z^2 \le 1,10 \cdot \gamma_z^4$ . E, apenas os exemplos analisados que atenderam essa relação foram "validados". Ou seja, Bueno (2014) utilizou a avaliação da NLG como um meio de verificar quais exemplos obtiveram melhores avaliações quanto à NLF para, posteriormente, serem realizadas as médias representativas dos coeficientes redutores referentes aos valores de rigidez para vigas e pilares, obtidos em cada exemplo.

Porém, neste trabalho, não houve a necessidade de comparação de valores quanto à NLG, pois a "validação" dos coeficientes se dá através de um processo iterativo onde se repetem os processamentos 1 e 2, adotando-se a cada iteração os coeficientes obtidos na iteração anterior. Logo, o processo iterativo empregado no modelo deste trabalho realiza a função que se dispõe a equação condicional idealizada por Bueno (2014), descrita acima.

Desta forma, procura-se esclarecer que o modelo utilizado visa tornar a quantificação dos valores mais eficaz, isolando-se a análise apenas em relação aos redutores da rigidez à flexão para a consideração da NLF.

Outro fator relevante é que Bueno (2014) idealizou exemplos com 3, 4, 5 e 8 pavimentos. Logo, os valores de rigidez presentes na tabela 14, para as edificações com 1 e 2 pavimentos são apenas conjeturas, pois não foram analisados exemplos para tal. Enquanto que, neste trabalho, foram idealizados exemplos com 1, 2 e 3 pavimentos, resultando-se na proposta descrita na tabela 13.

## Tabela 14

Coeficientes redutores de rigidez dos elementos

Pavimentos	α,	αρ	γ <sub>(z,lim)</sub>	
1	0,2	0,6		
2	0,3	0,6	1.2	
3	0,3	0,7	1,3	
4 a 10	0,4	0,8		
Fonte: Bueno (2014)				

## 4. Conclusões

Neste trabalho apresenta-se uma proposta de coeficientes redutores de rigidez para vigas e pilares a serem adotados na consideração da NLF de forma aproximada (EI<sub>sec</sub> =  $\alpha_{v/p} \cdot E_{cl}$ ) na análise da estabilidade global, conforme a seguir: edifícios com 1 pavimento ( $\alpha_v = 0,17 \ e \ \alpha_v = 0,66$ ), edifícios com 2 pavimentos ( $\alpha_v = 0,15 \ e \ \alpha_v = 0,71$ ) e edifícios com 3 pavimentos ( $\alpha_v = 0,14 \ e \ \alpha_v = 0,72$ ). Suspeitava-se que os valores a serem empregados para edifícios com até três pavimentos fossem inferiores aos valores sugeridos pela ABNT NBR 6118:2014, para edificações com no mínimo quatro pavimentos. Aliás, em contraste com os resultados obtidos, os valores recomendados pela norma merecem ser reavaliados, devido à discrepância entre o valor de rigidez das vigas apresentado para edificações com três pavimentos ( $\alpha_v = 0,14$ ) e o que é sugerido pela norma para edificações a partir de quatro pavimentos ( $\alpha_v = 0,40$ ). Logo, os valores sugeridos proporcionam uma avaliação mais pre-

cisa da NLF aproximada em estruturas de pequeno porte, contribuindo-se para a análise dos efeitos globais de segunda ordem de forma mais segura.

## 5. Agradecimentos

À Universidade Estadual de Maringá (UEM), pelas condições materiais inerentes a elaboração da pesquisa.

À Fundação Araucária/CAPES, pelo apoio financeiro disponibilizado.

## 6. Referências bibliográficas

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE COMMITTEE 318. Building code requirements for structural concrete and commentary. Farmington Hills, MI, 2014.
- [2] BUENO, M. M. E. Study of approximate values of equivalent stiffness for beams and columns for global nonlinear analysis in low rise structures in reinforced concrete. 2014. 238f. Thesis (Doctorate in Structures and Civil Construction) –Brasília University, Brasília, 2014.
- BRAZILIAN NATIONAL STANDART ORGANIZATION. NBR 6118: Design of concrete structures - procedure. Rio de Janeiro, 2014.
- [4] FRANCO, M. Global and local stability of concrete tall buildings. In: Symposium on space structures, Milan, 1995.
- [5] IBRACON. ABNT NBR 6118:2014 Comments and application examples. 1. ed. São Paulo: IBRACON, 2015.
- [6] KHUNTIA, M.; GHOSH, S. K. Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: analytical approach. In: ACI Structural Journal. Vol 101, n. 3, p. 351-363, 2004a.
- [7] KHUNTIA, M.; GHOSH, S. K. Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: experimental verification. In: ACI Structural Journal. Vol 101, n. 3, p. 364-374, 2004b.
- [8] MARTINS, C. H. Consideration of the material nonlinearity for the reinforced concrete beams, by the refined procedure of NB1. In: Acta Scientiarum, n.1, v. 30, p. 15-18, Maringá, 2008.