

# Influence of the stiffness of beam-column connections on the structural analysis of reinforced concrete buildings

## *Influência da rigidez das ligações viga-pilar na análise estrutural de edifícios em concreto armado*



J. B. SANTOS <sup>a</sup>  
julia.santos@ifg.edu.br

T. J. DA SILVA <sup>b</sup>  
tjdsilva@gmail.com

G. M. S. ALVA <sup>b</sup>  
alva\_gerson@yahoo.com.br

### Abstract

Conventional structural analysis of buildings in reinforced concrete is performed considering beam-column connections as rigid. However, experimental results prove the existence of relative rotations in beam-column connections of reinforced concrete structures, showing the partial transfer of bending moment. In this study the influence of the stiffness of beam-column connections on the global stability and in the column bending moments of buildings in reinforced concrete was investigated. A building was designed with rigid connections and deformable connections to identify the importance of considering the influence of the stiffness of the beam-column connections in the overall stability of monolithic and in the redistribution efforts in reinforced concrete structures. In order to determine the stiffness rotation of deformable connections, two analytical models available in literature were used, and a comparison between the results obtained by each analytical model was also performed. Based on the results, it is concluded that neglecting the influence of the stiffness of the beam-column connections on the analysis of monolithic reinforced concrete structures may result in different solutions compared to the real behavior of the structure. The stiffness values obtained with the analytical models usually differ from the condition of rigid connections, suggesting an adjustment on the standard consideration of rigid connections adopted by the computer programs of structural calculation.

**Keywords:** reinforced concrete structures, beam-column connection, stiffness rotation, partially rigid connections, monolithic connections.

### Resumo

A análise estrutural convencional de edifícios em concreto armado é realizada considerando as ligações viga-pilar como rígidas. Entretanto, resultados experimentais comprovam a existência de rotações relativas nas ligações viga-pilar de estruturas de concreto armado, evidenciando a transmissão parcial de momento fletor. Neste trabalho foi investigada a influência da rigidez das ligações viga-pilar na estabilidade global de edifícios em concreto armado, e também, nos esforços dos pilares. Com o auxílio do programa comercial TQS, uma edificação foi calculada considerando ligações rígidas e ligações deformáveis, visando identificar a importância da influência da rigidez das ligações viga-pilar na estabilidade global e na redistribuição de esforços de estruturas monolíticas de concreto armado. Para determinação da restrição à rotação das ligações deformáveis, utilizaram-se dois modelos analíticos disponíveis na literatura, realizando-se, também, uma comparação entre os resultados obtidos pelos modelos. Com base nos resultados, conclui-se que negligenciar a influência da rigidez das ligações viga-pilar na análise de estruturas monolíticas em concreto armado pode gerar soluções muito diferentes do comportamento real da estrutura na prática. Os valores de rigidez obtidos pelos modelos analíticos utilizados diferem de forma não negligenciável da condição de ligações rígidas, sugerindo-se a adequação na consideração padrão de ligações rígidas adotada pelos programas computacionais de cálculo estrutural.

**Palavras-chave:** estruturas de concreto armado, ligação viga-pilar, rigidez à rotação, engastamento parcial, ligações monolíticas.

<sup>a</sup> Instituto Federal de Goiás, Departamento de Áreas Acadêmicas, Uruaçu, GO, Brasil;

<sup>b</sup> Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Engenharia Civil, Uberlândia, MG, Brasil.

## 1. Introdução

Com o avanço e desenvolvimento tecnológico dos programas de análise estrutural, é possível projetar edifícios cada vez mais esbeltos. Entretanto, estas estruturas podem apresentar elevado deslocamento horizontal, além de efeitos de segunda ordem significativos. Dessa maneira, a verificação da estabilidade global de edifícios de múltiplos pavimentos assume grande importância no projeto estrutural.

Nos últimos anos, encontram-se várias pesquisas científicas voltadas para a análise da influência da rigidez de ligações viga-pilar na estabilidade global de estruturas em concreto pré-moldado realizada por pesquisadores brasileiros. Podem ser destacados os trabalhos de Ferreira, El Debs e Elliot [1], Ferreira et. al [2], Araújo, Ferreira e El Elbs [3] e El Debs, Miotto e El Debs [4]. Pela ausência de monolitismo destas estruturas, a rigidez das ligações é um fator de destaque na influência do comportamento estrutural frente às ações horizontais.

No âmbito internacional, diversas investigações experimentais são encontradas na bibliografia especializada sobre ligações viga-pilar monolíticas, dando-se ênfase ao comportamento das mesmas quando submetidas a ações sísmicas. Dentre essas pesquisas, encontram-se algumas [5-9] que abordam os efeitos do deslizamento das armaduras de flexão sobre as rotações relativas entre viga e pilar e no comportamento global da ligação.

Embora se encontrem diversas pesquisas internacionais que tratam da simulação numérica dos nós de pórtico de ligações viga-pilar por meio do Método dos Elementos Finitos utilizando elementos bidimensionais ou tridimensionais, os modelos que usam molas para representar as deformabilidades das ligações ainda são mais atrativos devido à simplicidade. Nesse contexto, encontram-se modelos com molas rotacionais que simulam os efeitos do deslizamento da armadura [10-12] e modelos que usam molas adicionais para representar o efeito da distorção do nó de pórtico

[13-15]. Apesar de serem mais atrativos devido à simplicidade e baixo esforço computacional, tais modelos apresentam ainda dificuldades no que se refere à calibração dos parâmetros de entrada usado pelos mesmos e dificuldades em serem utilizados em programas comerciais de cálculo de estruturas de concreto.

Modelos analíticos simples, que utilizam apenas parâmetros conhecidos e utilizados correntemente no cálculo de estruturas de concreto armado certamente são mais atrativos para a análise estrutural. Entre esses, podem ser citados o modelo de Paultre *et al.* [8] e, mais recentemente, os modelos apresentados em Sezen e Moehle [16], Sezen e Setzler [17], and Kwak e Kim [18].

Apesar de muitos trabalhos estudarem as ligações viga-pilar monolíticas em concreto armado, conhecidas como nós de pórtico, tanto experimentalmente, como analiticamente, são escassos os trabalhos publicados sobre a influência da rigidez destas ligações no âmbito da análise da estabilidade global de estruturas inteiras de edifícios.

As ligações nas estruturas de concreto moldadas no local normalmente são mais rígidas se comparadas às de concreto pré-moldado, devido a existência de continuidade entre os elementos estruturais que confere monolitismo à estrutura. Apesar disso, ensaios experimentais em nós de pórtico de concreto armado evidenciam a existência de rotações relativas entre vigas e pilares, conforme trabalhos de Ferreira [19] e Alva [20]. Estas ligações são tratadas, teoricamente, como rígidas, mas na prática, a existência destas rotações relativas provoca uma redução de rigidez na ligação.

Alva e El Debs [21] apresentaram um modelo analítico para determinação das rotações relativas em ligações viga-pilar de estruturas monolíticas de concreto armado. Na validação experimental do modelo, os autores compararam os resultados com valores experimentais, e também, com a situação de ligações rígidas. É possível observar na Figura 1 que a consideração de ligações rígidas pode divergir consideravelmente do comportamento real da ligação viga-pilar, mesmo em ligações monolíticas.

Dentre as pesquisas nacionais mais recentes sobre ligações pré-moldadas, pode-se citar o trabalho de Lacerda [30], a qual analisou experimentalmente a influência do posicionamento das armaduras de continuidade em ligações pré-moldadas. Os resultados permitiram concluir que os protótipos com armadura passante no pilar apresentaram maior rigidez do que os protótipos com armadura passante somente na laje. Além disso, foi realizada uma comparação entre os resultados experimentais e os obtidos pelo modelo analítico de Ferreira [1]. Recentemente, a norma brasileira de projeto de estruturas de concreto pré-moldado [24] trouxe expressões analíticas para o cálculo da rigidez secante ao momento fletor para seis tipologias de ligações viga-pilar.

Além dos impactos locais derivados da redução de rigidez dos nós da estrutura, podem ser observadas alterações no comportamento global da edificação. Uma modificação na rigidez das ligações altera a maneira como a estrutura se comporta frente às ações horizontais e, conseqüentemente, afeta os deslocamentos horizontais da estrutura, e, também, nos efeitos de segunda ordem, modificando o dimensionamento dos elementos estruturais pertencentes à edificação.

Entretanto, a influência da rigidez das ligações nem sempre é verificada na análise estrutural, negligenciando os possíveis impactos

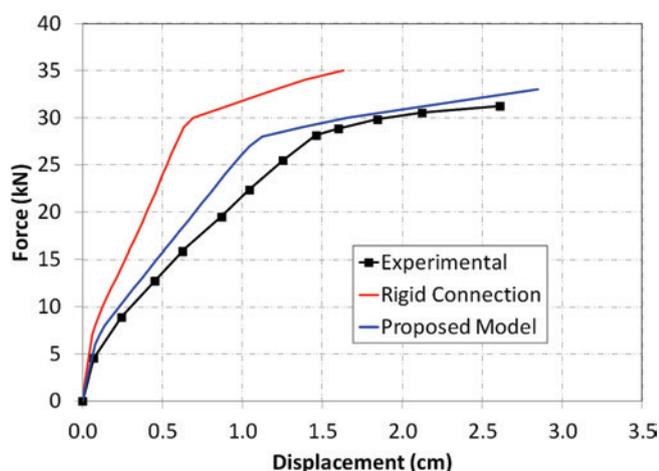
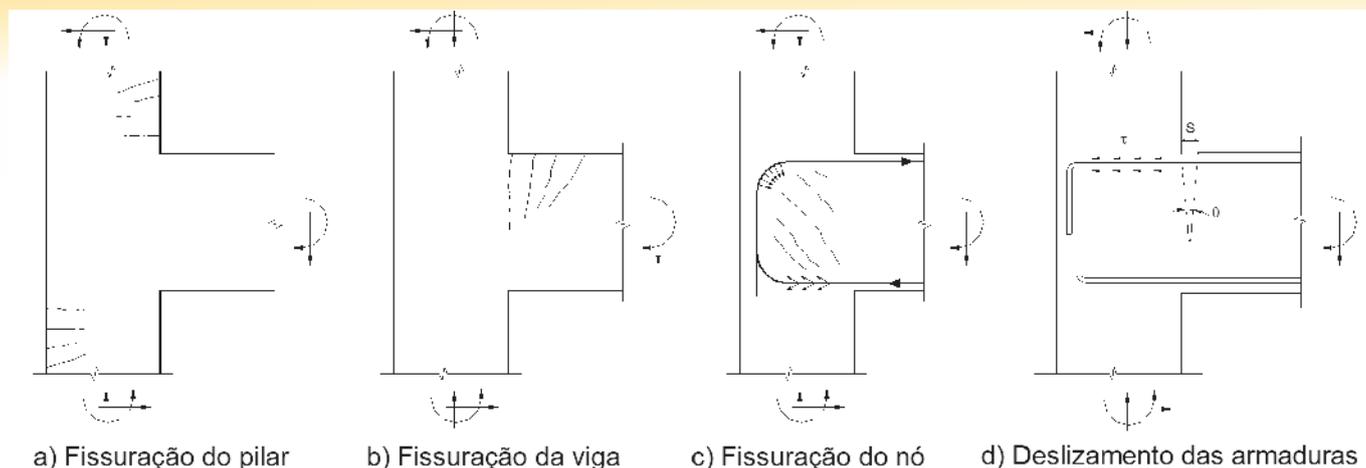


Figura 1

Comparação entre resultados teóricos com o modelo proposto por [21] e experimentais de uma ligação viga-pilar monolítica em concreto armado – Lee, Wight e Hanson [29]: Specimen 2



**Figura 2**  
Fissuração e deslizamento das armaduras existente em nós de pórtico

no comportamento da estrutura. Isto pode ser explicado pela carência de estudos mais aprofundados sobre a rigidez de ligações viga-pilar monolíticas em concreto armado e, principalmente, sobre sua influência no comportamento estrutural global. Além disso, a consideração usual de que as ligações monolíticas sejam rígidas não desperta nos engenheiros a preocupação sobre a influência da rigidez das ligações na análise das estruturas.

Com o aumento do número de pavimentos da estrutura, os deslocamentos horizontais e os efeitos de segunda ordem se tornam maiores. Portanto, nas estruturas de múltiplos pavimentos, a influência da rigidez das ligações viga-pilar na estabilidade global pode ser crucial.

A maior compreensão da influência da rigidez das ligações viga-pilar no comportamento estrutural poderá contribuir para o desenvolvimento de projetos estruturais mais próximos à realidade do comportamento dos edifícios. Tais métodos poderão garantir uma maior segurança nos projetos de estruturas de concreto armado, especialmente de edifícios de múltiplos pavimentos. Além disso, a utilização dos recursos computacionais disponíveis exige um maior entendimento dos impactos da modificação da rigidez das ligações viga-pilar no comportamento estrutural de edifícios.

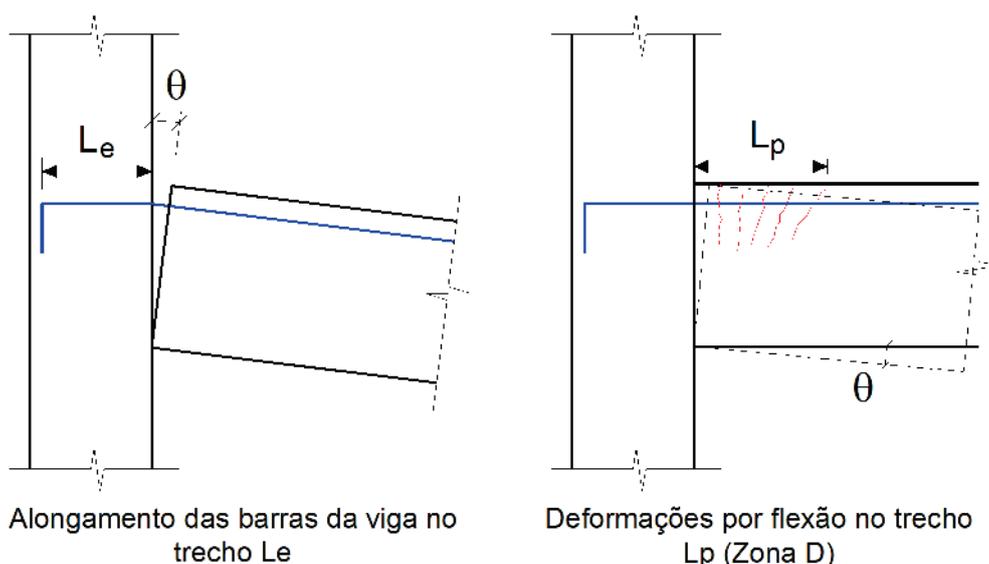
## 2. Ligações viga-pilar na análise de estruturas

### 2.1 Considerações iniciais

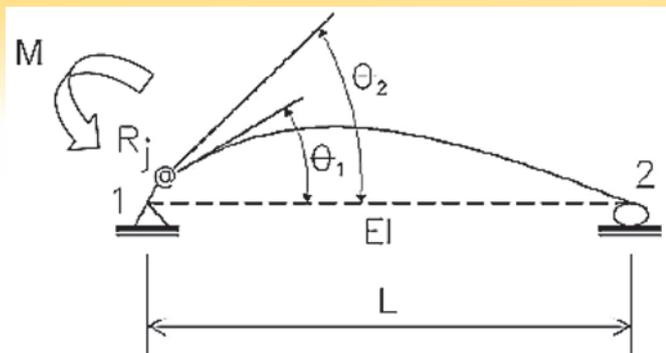
A análise estrutural é uma etapa primordial no projeto estrutural de uma edificação em concreto armado. Ela consiste em obter o comportamento da estrutura perante as ações atuantes, determinando as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos na estrutura, realizando-se verificações dos estados limites últimos e de serviço na estrutura.

O comportamento das ligações viga-pilar de uma estrutura influencia a redistribuição de esforços do pórtico espacial, e também no dimensionamento de todos os elementos estruturais. Portanto, na análise estrutural, a influência da rigidez das ligações deve ser tratada com sua devida importância, para ser possível obter esforços e o dimensionamento dos elementos estruturais de maneira compatível à realidade construtiva.

As ligações viga-pilar, também chamadas de nós de pórtico, são regiões de comportamento estrutural muito complexo, onde ocorrem concentrações de tensões (tensões normais e de cisalhamento).



**Figura 3**  
Mecanismos de deformações em ligações viga-pilar de extremidade [22]



**Figura 4**  
Fator de restrição à rotação – ABNT NBR 9062 [24]

Segundo Alva [20], existe a influência de muitas variáveis interagindo na capacidade resistente do nó, tais como o detalhamento das armaduras, à geometria dos elementos conectados, à intensidade das solicitações, às resistências dos materiais concreto e aço. Por meio de resultados experimentais, como os trabalhos de Ferreira [19] e Alva [20], é possível observar a existência de rotações relativas nas ligações viga-pilar monolíticas em concreto armado. Estas rotações são causadas pelo deslizamento das armaduras longitudinais das vigas no interior dos nós de pórtico e pela fissuração do concreto nessas regiões, como ilustrado na Figura 2.

A partir dos resultados experimentais e analíticos de algumas pesquisas, destacando-se os trabalhos de Alva, Ferreira e El Debs [22], Ferreira [19], Ferreira, El Debs e Elliot [1], Alva e El Debs [21], pode-se concluir que o comportamento real de ligações viga-pilar monolíticas não é perfeitamente rígido, e sim de transmissão parcial de momentos fletores. Dessa forma, admitir as ligações como rígidas acaba por superestimar a rigidez das ligações e, como consequência, subestimar os deslocamentos horizontais da estrutura.

## 2.2 Fator de restrição à rotação

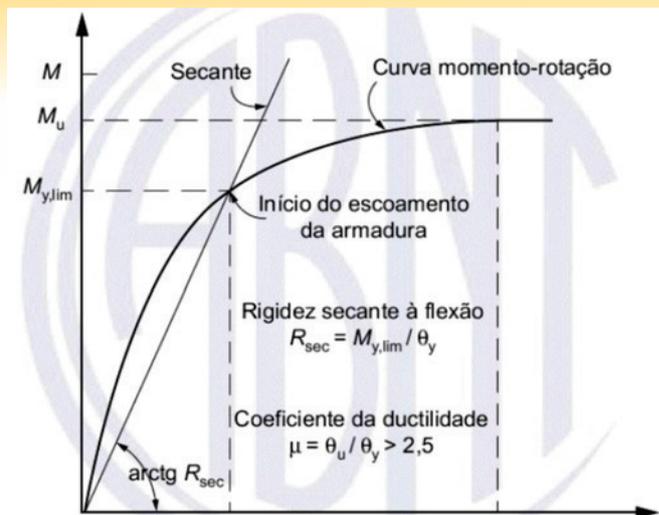
O fator de restrição à rotação foi apresentado inicialmente por Monforton e Wu [23]. Os autores desenvolveram um modelo matemático para considerar os efeitos de ligações semirrígidas so-

**Tabela 1**  
Classificações das ligações em estruturas pré-moldadas – adaptado de [24]

Tipo de ligação	Fator de restrição à rotação ( $\alpha_R$ )
Articulada	$\alpha_R < 0,15$
Semirrígida	$0,15 \leq \alpha_R \leq 0,85$
Rígida	$\alpha_R > 0,85$

**Tabela 2**  
Classificação das ligações semirrígidas em estruturas pré-moldadas – adaptado de [2]

Zonas	Fator de restrição ( $\alpha_R$ )	Engastamento parcial ( $M_E/M_R$ )	Classificação das ligações
I	$0 \leq \alpha_R < 0,14$	$0 \leq M_E/M_R < 0,2$	Articuladas
II	$0,14 \leq \alpha_R < 0,4$	$0,2 \leq M_E/M_R < 0,5$	Semirrígidas com restrição baixa
III	$0,4 \leq \alpha_R < 0,67$	$0,5 \leq M_E/M_R < 0,75$	Semirrígidas com restrição média
IV	$0,67 \leq \alpha_R < 0,86$	$0,75 \leq M_E/M_R < 0,9$	Semirrígidas com restrição alta
V	$0,86 \leq \alpha_R < 1$	$0,9 \leq M_E/M_R < 1$	Perfeitamente rígidas



**Figura 5**  
Relação momento-rotação na ligação viga-pilar [24]

bre o comportamento global de pórticos planos. Posteriormente, a ABNT NBR 9062 [24] incorporou a semirrígidez das ligações pré-moldadas por meio do fator de restrição à rotação  $\alpha_R$ .

O fator de restrição à rotação consiste na relação entre a rotação da extremidade do elemento ( $\theta_1$ ) e a soma da rotação da extremidade do elemento ( $\theta_1$ ) com a rotação da ligação ( $\theta_2$ ), conforme Figura 4. A ABNT NBR 9062 [24] apresenta a Equação 1 para determinar o valor de  $\alpha_R$ . Esta expressão associa a rigidez à flexão da ligação viga-pilar ( $R_{sec}$ ) com a rigidez da viga.

$$\alpha_R = \frac{1}{1 + \frac{3 \cdot (EI)_{sec}}{R_{sec} L_{ef}}} \quad (1)$$

onde

$(EI)_{sec}$ : rigidez secante da viga conforme ABNT NBR 6118 [25]

$L_{ef}$ : vão efetivo entre os apoios, ou seja, a distância entre os centros de giro nos apoios

$R_{sec}$ : rigidez secante ao momento fletor da ligação viga-pilar. A rigidez ao momento fletor de uma ligação viga-pilar é definida pela curva momento-rotação da mesma.

A resposta não linear das ligações pode ser considerada, simplificada, por meio de análise linear com a utilização da rigidez secante ( $R_{sec}$ ), conforme indicada na Figura 5. A rotação relativa deve ser medida no centro de giro no apoio. Para determinação da rigidez secante das ligações, pode-se utilizar os modelos analíticos disponíveis na literatura para ligações viga-pilar.

Segundo a ANBT NBR 9062 [24], a classificação das ligações quanto a rigidez aos momentos fletores em estruturas de concreto pré-moldado é feita conforme Tabela 1. Percebe-se um intervalo muito grande para a consideração da rigidez das ligações. Neste contexto, Ferreira *et al.* [2] apresentaram uma proposta de

classificação das ligações semirrígidas de estruturas pré-moldadas em cinco zonas distintas, conforme indicado na Tabela 2. Nesta tabela,  $M_E$  é o momento mobilizado pela ligação e  $M_R$  o momento de engastamento perfeito.

### 2.3 Modelos analíticos

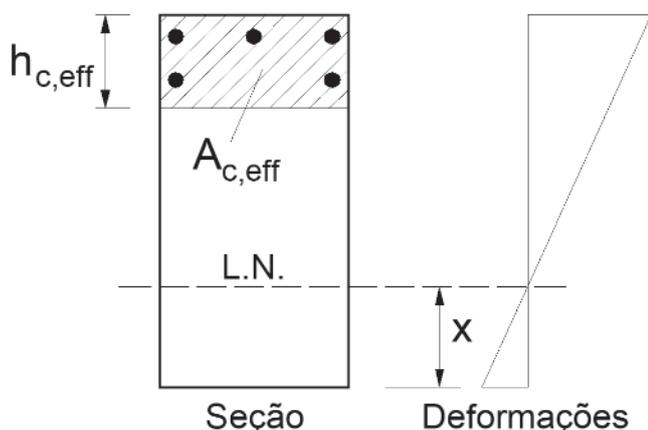
Foram empregados neste trabalho dois modelos analíticos para determinação da rigidez de ligações viga-pilar neste trabalho: o modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1], e o modelo de Alva e El Debs [21].

O modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1] foi elaborado originalmente para ligações viga-pilar pré-moldadas com armaduras de continuidade, e calcula as rotações relativas na ligação viga-pilar como oriunda de dois mecanismos de deformações: o alongamento das barras de continuidade, e a formação de fissuras de flexão na região da ligação (conforme Figura 3). A comparação dos valores teóricos com resultados experimentais evidencia que o modelo também pode ser utilizado em ligações monolíticas de concreto armado, apresentando boas correlações de valores, conforme apresentado em Alva, Ferreira e El Debs [22]. A curva momento-rotação é dada pela Equação 2:

$$\theta = \left[ \left( \frac{M}{E_{cs} \cdot I_{eq}} \right) L_p + \left( \frac{\sigma_s}{E_s \cdot d} \right) L_e \right] \cdot \left( \frac{M}{M_y} \right)^{0,5} \tag{2}$$

onde

- $\theta$  é a rotação relativa entre viga e pilar;
- $M$  é o momento na extremidade da viga;
- $E_{cs}$  é o módulo de deformação secante do concreto;
- $I_{eq}$  é o momento de inércia equivalente de Branson;
- $L_p$  é o comprimento da região da ligação, aproximadamente igual à altura útil da viga em ligações viga-pilar monolíticas;
- $\sigma_s$  é a tensão de tração na armadura de flexão da viga;
- $E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;
- $d$  é a altura útil da viga;
- $L_e$  é o comprimento de embutimento da armadura de flexão da viga no interior do pilar;



**Figura 6**  
Definição da área efetiva  $A_{c,eff}$  para o cálculo do espaçamento entre fissuras

$M_y$  é o momento resistente da ligação, associado ao limite de escoamento da armadura de flexão da viga.

Para a consideração simplificada da não-linearidade física em análises lineares, Ferreira, El Debs e Elliot [1] propõem uma expressão para o cálculo da rigidez secante ao momento fletor (Equação 3), a qual pode ser deduzida a partir da Equação 2:

$$R_{sec} = \left[ \frac{L_p}{E_{cs} \cdot I_{II}} + \frac{L_e}{0,9 \cdot E_s \cdot A_s \cdot d^2} \right]^{-1} \tag{3}$$

onde

- $R_{sec}$  é a rigidez secante ao momento fletor;
- $I_{II}$  é o momento de inércia à flexão no Estádio II (seção fissurada);
- $A_s$  é a área de armadura de flexão da viga.

O modelo de Alva e El Debs [21] apresenta a mesma base conceitual do modelo de Ferreira Ferreira, El Debs e Elliot [1], porém considera o comportamento aderência-deslizamento das armaduras da viga no interior do pilar e propriedades que interferem no deslizamento total produzido pela fissuração da viga que não são contempladas no modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1]. A curva momento-rotação aplicável até o final da fase elástica ( $M \leq M_y$ ) é dada pela Equação 4:

$$\theta = C_1 \cdot M^2 + C_2 \cdot \left( \frac{1}{r} \right) \tag{4}$$

onde

$$C_1 = \frac{\phi}{8 \cdot E_s \cdot \tau_{by} \cdot (d - x) \cdot A_s^2 \cdot z^2}$$

$$C_2 = 0,5 \cdot (L_p + s_R)$$

- $\phi$  é o diâmetro das barras da armadura de flexão da viga;
- $\tau_{by}$  é a tensão de aderência na fase elástica [16-17], igual a  $\sqrt{f_c}$ , com  $f_c$  em MPa;
- $f_c$  é a resistência à compressão do concreto do pilar;
- $x$  é a profundidade da linha neutra no Estádio II (seção fissurada);
- $z$  é o braço de alavanca entre as resultantes de tração e compressão na seção da viga:

$$z = d - \frac{x}{3}$$

$s_r$  é o espaçamento entre fissuras na região da ligação, o qual pode ser obtido por expressões da bibliografia especializada, apresentadas em Borosnyói and Balázs [26], ou por meio de expressões de normas de projeto, como as do Eurocode 2 [27].  $1/r$  é a curvatura na extremidade da viga, obtida a partir da deformação média da armadura tracionada (com tension stiffening) ou a partir do cálculo usual de seções armadas a partir das equações de equilíbrio e de compatibilidade.

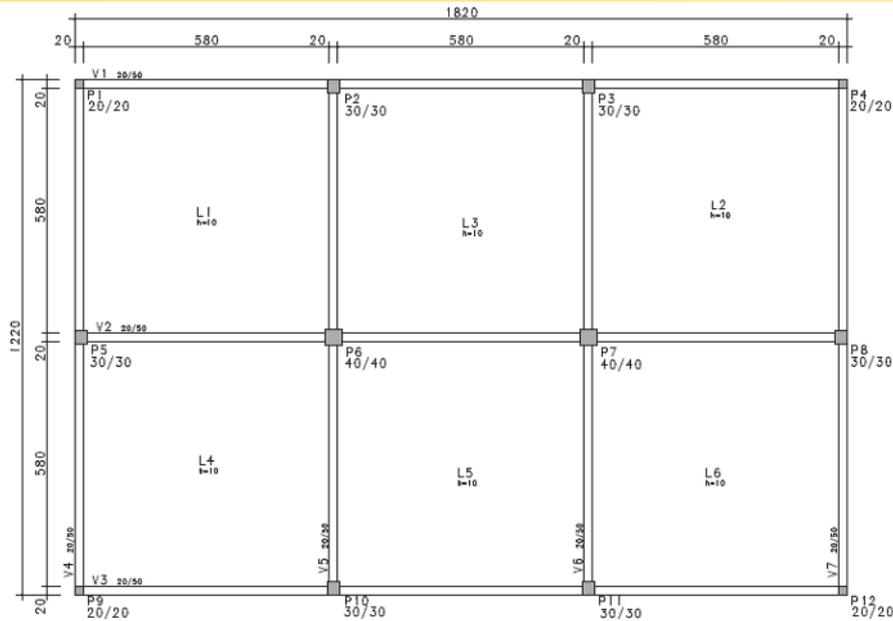
O momento  $M_y$  pode ser avaliado por  $M_y = 0,9 \cdot d \cdot A_s \cdot f_y$  ou por  $M_y = A_s \cdot f_y \cdot z$ , sendo  $f_y$  a resistência ao escoamento do aço da armadura de flexão da viga.

A expressão para o cálculo do espaçamento entre fissuras apresentada pelo Eurocode 2 [27] é dada pela Equação 5:

$$s_R = k_3 \cdot c + \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \phi}{\rho_{eff}} \tag{5}$$

onde

- $s_R$  é o espaçamento entre fissuras;
- $\phi$  é o diâmetro das barras da armadura de flexão da viga;



**Figura 7**  
Planta de fôrmas do edifício com 5 pavimentos (dimensões em cm)

$k_1$  é um coeficiente que leva em conta as propriedades de aderência das barras da armadura (igual a 0,8 para barras de alta aderência e igual 1,6 para barras lisas);

$k_2 = 0,5$ ;

$k_3 = 3,4$ ;

$k_4 = 0,425$ ;

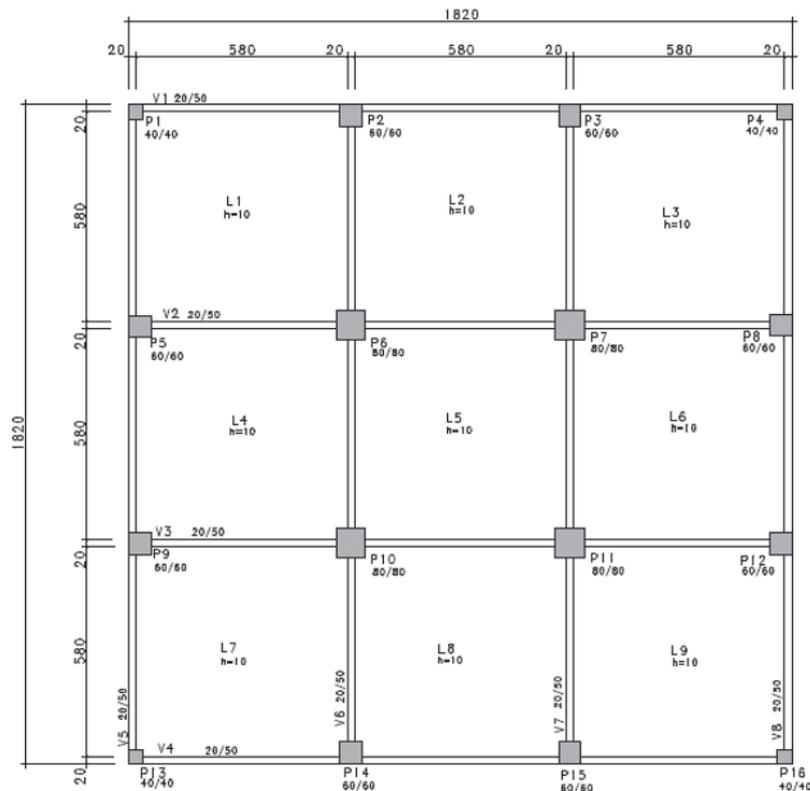
$c$  é o cobrimento de concreto;

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$$

$A_{c,eff}$  é a área de concreto efetiva protegida pela armadura tracionada da viga (vide Figura 6)

A partir da Equação 4, pode-se chegar a rigidez secante ao momento fletor do modelo analítico apresentado em Alva e El Debs [21]:

$$R_{sec} = \left[ \frac{0,5 \cdot (L_p + s_R)}{E_{cs} \cdot I_{II}} + \frac{\phi \cdot f_y}{8 \cdot E_s \cdot \tau_{by} \cdot (d - x) \cdot A_s \cdot z} \right]^{-1} \quad (6)$$



**Figura 8**  
Planta de fôrmas do edifício com 19 pavimentos (dimensões em cm)

### 3, Simulações numéricas

#### 3.1 Informações iniciais

Foram realizadas simulações numéricas de uma estrutura de edifício considerando as ligações viga-pilar como perfeitamente rígidas e com engastamento parcial. Para determinar a rigidez secante e o fato de restrição ( $\alpha_R$ ) das ligações, foram utilizados os modelos analíticos de Ferreira El Debs e Elliot [1] e de Alva e El Debs [21]. Os resultados de estabilidade global (efeitos globais de segunda ordem) e de esforços nos pilares são comparados para as duas situações (ligações perfeitamente rígidas e com engastamento parcial), visando enfatizar a importância da consideração da deformabilidade das ligações viga-pilar na análise de estruturas monolíticas de concreto armado.

Foram realizadas simulações numéricas de um edifício com 19 e 05 pavimentos, buscando identificar diferenças da influência da deformabilidade das ligações para edifícios altos e baixos (com plantas simétricas). As Figuras 7 e 8 contêm as plantas dos pavimentos tipo para os edifícios de 19 pavimentos e de 05 pavimentos. Para determinação das dimensões das seções transversais dos pilares, foi realizado um pré-dimensionamento em função da carga vertical atuante nos mesmos.

As simulações numéricas foram realizadas no programa CAD/TQS® (versão 18) que considera a influência da rigidez das ligações viga-pilar pela entrada do valor do fator de restrição à rotação que modifica a matriz de rigidez do pórtico espacial na análise estrutural. Vale ressaltar que o programa computacional realiza inúmeras combinações de ações e utiliza as envoltórias de esforços para o dimensionamento dos elementos estruturais. Dessa maneira, neste trabalho não foi apresentada qual combinação foi crítica para o dimensionamento de cada elemento estrutural. Apenas os resultados finais foram apresentados.

O procedimento utilizado para considerar esta deformabilidade das ligações é descrito a seguir. Primeiramente, realiza-se a simulação numérica do edifício com ligações rígidas ( $\alpha_R = 1,0$ ). Em seguida, com base nas áreas de armadura obtidas desta análise estrutural, determinou-se o valor de  $\alpha_R$  para cada ligação. Realizando uma nova simulação para considerar a restrição à rotação na análise estrutural, ocorrerá uma redistribuição de esforços na estrutura, podendo haver mudanças nas armaduras das ligações viga-pilar, conduzindo a diferentes valores de  $\alpha_R$  para as ligações. Portanto, este é um processo iterativo, que foi repetido até que a diferença percentual entre os valores de  $\alpha_R$  da iteração atual em relação a iteração anterior seja inferior à 10% conforme esquematizado na Figura 7. O processo iterativo foi realizado de forma manual, ou seja, sem automatização.

#### 3.2 Dados de entrada

As estruturas dos edifícios foram calculadas considerando resistência à compressão do concreto igual a 25 MPa e classe de agressividade ambiental II. O carregamento permanente nas lajes do pavimento tipo foram decorrentes do peso próprio somados a uma carga de 1,0 kN/m<sup>2</sup> para considerar cargas adicionais permanen-

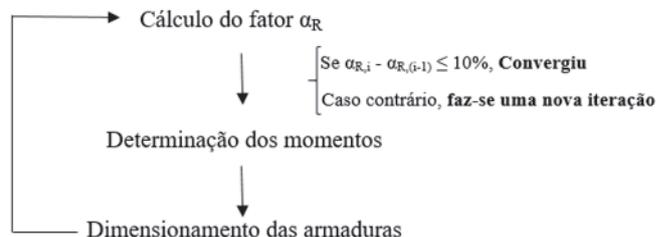


Figura 9

Procedimento utilizado para determinação do fator  $\alpha_R$  das ligações

tes de pisos e revestimentos. Já o carregamento permanente das lajes da cobertura foi adotado igual a 1,0 kN/m<sup>2</sup> para considerar a existência de um telhado com telhas de fibrocimento. Conforme ABNT NBR 6120 [28], o carregamento accidental utilizado para as lajes do pavimento tipo foi igual a 2,0 kN/m<sup>2</sup>, referente à utilização para escritórios, e para as lajes da cobertura igual a 0,5 kN/m<sup>2</sup>.

O carregamento utilizado para as vigas do pavimento tipo e da fundação foi o peso próprio acrescido do peso de parede com altura igual a 2,50 m, composta por blocos cerâmicos com espessura igual a 15 cm. Para as vigas da cobertura, foi considerada uma platibanda de altura igual a 0,5 m composta por alvenaria de tijolos cerâmicos com espessura igual a 15 cm. Para as vigas do pavimento tipo e da cobertura, ainda há a parcela de carregamento proveniente das lajes maciças.

A direção crítica da estabilidade global foi para atuação do vento à 90°. Para a avaliação dos efeitos globais de segunda ordem, utilizou-se o procedimento aproximado proposto pela NBR 6118 que emprega o coeficiente  $\gamma_2$ . O deslocamento horizontal analisado foi no topo da estrutura para esta direção crítica do vento, assim como os valores do coeficiente  $\gamma_2$ , não sendo analisados os resultados nas outras direções de vento.

O modelo de Alva e El Debs [21] foi proposto para ligações viga-pilar monolíticas de concreto armado. As rotações relativas na ligação viga-pilar são resultantes de dois mecanismos de

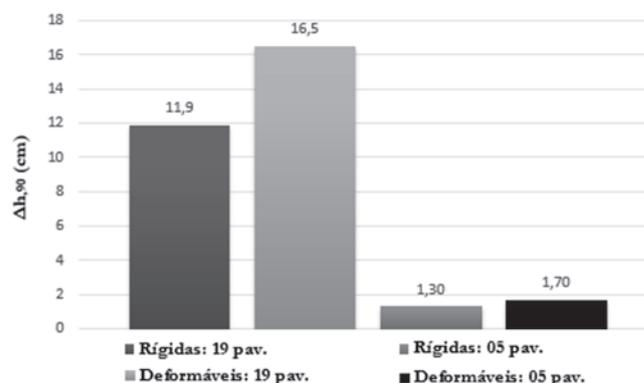
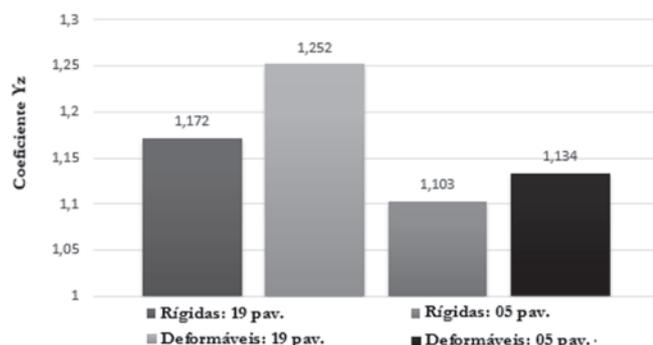


Figura 10

Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1]: deslocamento horizontal da estrutura com 19 e 5 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis

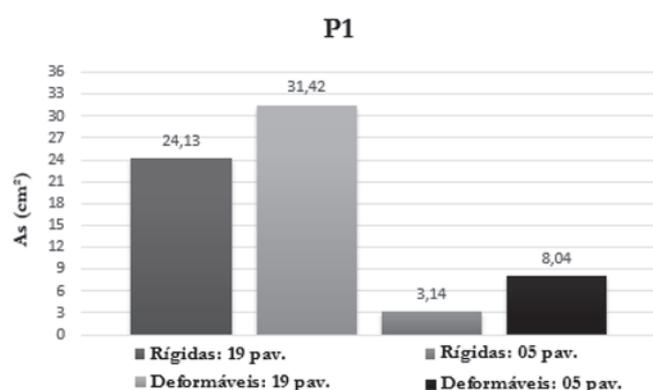


**Figura 11**  
Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1]: coeficiente  $\gamma_z$  da estrutura com 19 e 5 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis

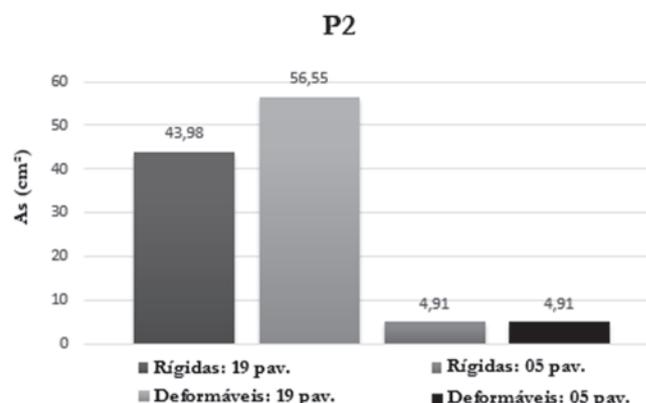
deformação: o deslizamento da armadura longitudinal da viga no interior do pilar, e a formação de fissuras de flexão na região da ligação. Uma boa correlação entre os valores teóricos fornecidos pelo modelo proposto por Alva e El Debs [21] com resultados experimentais foi encontrada.

Para obter maiores informações sobre os procedimentos de cálculo das rotações relativas deve-se consultar os modelos analíticos [1,21].

Neste trabalho, verificou-se a influência da rigidez das ligações viga-pilar sobre os deslocamentos horizontais da estrutura, sobre os efeitos globais de segunda ordem (com o emprego do coeficiente  $\gamma_z$ ) e sobre as armaduras longitudinais dos pilares. Evidentemente, a rigidez das ligações viga-pilar também exerce influência sobre outros elementos estruturais (como as vigas) e sobre outros esforços (como forças cortantes). Entretanto, a escolha dos resultados analisados foi feita tendo em vista a importância do impacto do valor da rigidez das ligações na estabilidade global da estrutura, e também, na sua conseqüente influência sobre a quantidade de armadura longitudinal dos pilares devido a redistribuição de esforços.



**Figura 12**  
Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1]: armadura do pilar P1 da estrutura com 19 e 5 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



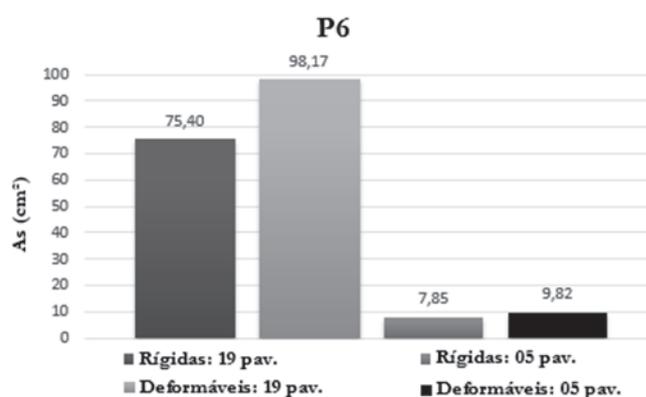
**Figura 13**  
Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1]: armadura do pilar P2 da estrutura com 19 e 5 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis

## 4. Resultados e discussões

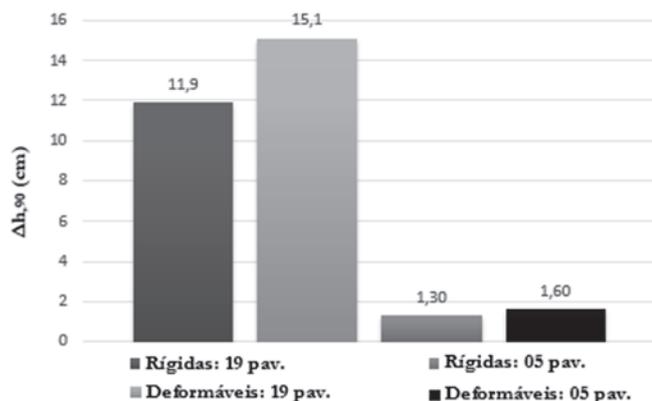
### 4.1 Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1]

Para o edifício com 19 pavimentos, nas ligações do pavimento cobertura obtiveram-se valores de  $\alpha_R$  que variaram de 0,41 a 0,50, que, de acordo com a classificação de Ferreira *et al.* [2], representam ligações semirrígidas com restrição média. Nas ligações do pavimento tipo, obtiveram-se valores de  $\alpha_R$  que variaram de 0,64 a 0,80, representando ligações semirrígidas com restrição média e alta.

Para a edificação com 05 pavimentos, nas ligações do pavimento de cobertura obtiveram-se valores de  $\alpha_R$  que variaram de 0,49 a 0,52 que, de acordo com a classificação de Ferreira *et al.* [2], representam ligações semirrígidas com restrição média. Para as ligações do pavimento tipo, obtiveram-se valores de  $\alpha_R$  que variaram de 0,49 a 0,72, representando ligações semirrígidas com restrição média e alta.



**Figura 14**  
Modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1]: armadura do pilar P3 da estrutura com 19 e 5 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis

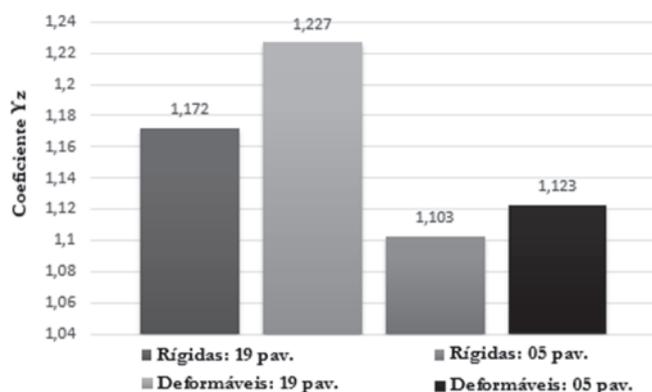


**Figura 15**  
Modelo de Alva e El Debs [21]: deslocamento horizontal da estrutura com 19 e 5 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis

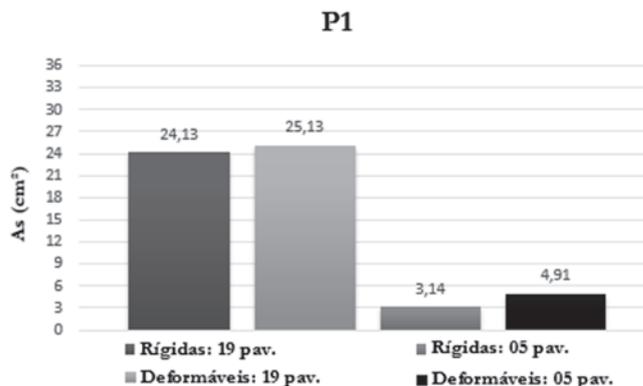
Em seguida, apresenta-se uma comparação dos resultados de estabilidade global obtidos entre a estrutura com ligações rígidas e a estrutura com ligações deformáveis utilizando o modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1], tanto para a edificação com 19 pavimentos quanto para a edificação com 05 pavimentos.

Na Figura 10 apresenta-se o deslocamento horizontal da estrutura com 19 pavimentos, que teve um aumento de 38% da situação de ligações rígidas para a situação de ligações deformáveis. Para a estrutura com 05 pavimentos, houve um aumento de 31% no valor dos deslocamentos.

Na Figura 11 apresenta-se os valores de coeficiente  $\gamma_z$  para a estrutura com 19 pavimentos, que apresentou uma variação de 1,172 para 1,252 ao considerar-se as ligações deformáveis. Para a estrutura com 05 pavimentos, o aumento foi de 1,103 para 1,134. É possível notar que, no caso do edifício com 19 pavimentos, os aumentos percentuais de deslocamentos horizontais e do coeficiente  $\gamma_z$  foram maiores em comparação à edificação com 05 pavi-



**Figura 16**  
Modelo de Alva e El Debs [21]: coeficiente  $\gamma_z$  da estrutura com 19 e 5 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis



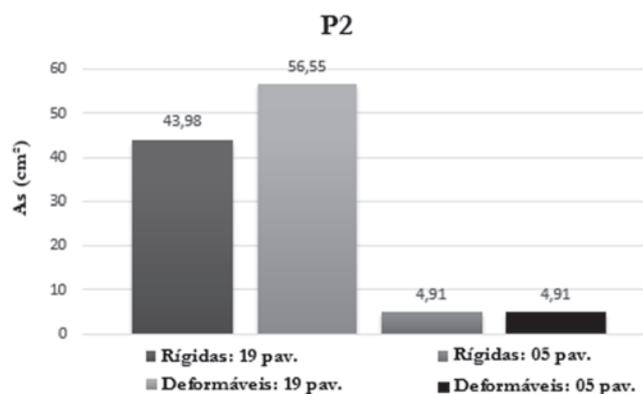
**Figura 17**  
Modelo de Alva e El Debs [21]: armadura do pilar P1 da estrutura com 19 e 5 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis

mentos, conforme já era esperado. Em edifícios mais altos que os analisados neste trabalho, a influência da redução da rigidez das ligações poderá resultar em situações mais críticas do ponto de vista da estabilidade global.

Nas Figuras 12, 13 e 14 apresentam-se gráficos comparativos relacionados à área de armadura longitudinal dos pilares P1, P2 e P6, respectivamente. Para a estrutura com 19 pavimentos, em todos os pilares, houve um aumento de 30% na quantidade de armadura quando se considerou a deformabilidade das ligações. Para a estrutura com 05 pavimentos, houve um aumento de armaduras de 256% para o pilar P1, de 24% para o pilar P6, não havendo alteração para o pilar P2.

#### 4.2 Modelo de Alva e El Debs [21]

Para o edifício com 19 pavimentos, nas ligações do pavimento cobertura, obtiveram-se valores de  $\alpha_r$  que variaram de 0,57 a 0,65, que, de acordo com a classificação de Ferreira *et al.* [2], que representam ligações semirrígidas com restrição média. Para



**Figura 18**  
Modelo de Alva e El Debs [21]: armadura do pilar P2 da estrutura com 19 e 5 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis

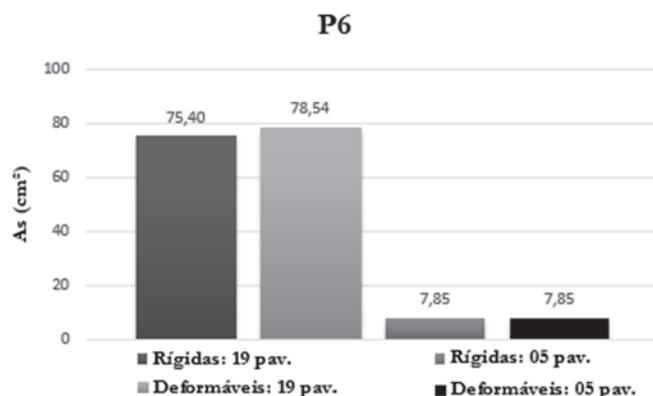


Figura 19

Modelo de Alva e El Debs [21]: armadura do pilar P3 da estrutura com 19 e 5 pavimentos, considerando ligações rígidas e ligações deformáveis

as ligações do pavimento tipo obtiveram-se valores de  $\alpha_r$  que variaram de 0,73 a 0,85, representando ligações semirrígidas com restrição alta.

Para o edifício com 05 pavimentos, nas ligações do pavimento de cobertura, obtiveram-se valores de  $\alpha_r$  que variaram de 0,55 a 0,71, que, de acordo com a classificação de Ferreira *et al.* [2], representam ligações semirrígidas com restrição média e alta. Para as ligações do pavimento tipo obtiveram-se valores de fator  $\alpha_r$  que variaram de 0,57 a 0,78, representando ligações semirrígidas com restrição média e alta. Na Figura 15 apresenta-se um gráfico comparativo do deslocamento horizontal no topo do edifício com 19 pavimentos. Nota-se que os deslocamentos para o caso de ligações deformáveis são 27% maiores que o caso de ligações rígidas. Para o edifício com 05 pavimentos, esse aumento foi cerca de 23%.

Na Figura 16 apresentam-se os valores de coeficiente  $\gamma_z$ . Para o edifício com 19 pavimentos, obteve-se o valor de 1,172 para o caso de ligações rígidas e o valor de 1,227 para o caso de ligações deformáveis. Para o edifício com 05 pavimentos, o coeficiente  $\gamma_z$  varia de 1,103 (ligações rígidas) para 1,134 (ligações deformáveis).

Na Figura 17, 18 19 apresentam-se gráficos comparativos relacionados à área de armadura longitudinal dos pilares P1, P2 e P6, respectivamente. Para o edifício com 19 pavimentos, nos pilares P1 e P4 houve um aumento de apenas 4% nas armaduras quando se considerou a deformabilidade das ligações. Já para o pilar P2, o aumento foi de 29%. Para a estrutura com 05 pavimentos, quando se considerou a deformabilidade das ligações, houve um aumento de área de armadura longitudinal somente para o pilar P1, que foi de 56%.

### 4.3 Comentários sobre os modelos analíticos

Observando os resultados obtidos das simulações numéricas que consideram a deformabilidade das ligações na análise estrutural, pode-se fazer algumas observações em relações aos modelos analíticos abordados.

Os valores de  $\alpha_r$  obtidos pelo modelo de Alva e El Debs [21] são maiores se comparados aos obtidos pelo modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1], chegando a diferenças de 59%. Observou-se que as rotações obtidas pelo modelo de Ferreira, El Debs e Elliot

[1], são maiores se comparadas ao modelo de Alva e El Debs [21]. As diferenças entre os modelos podem ser visualizadas nas Equações 2 e 4.

O modelo de Alva e El Debs [21] considera propriedades importantes no comportamento deslizamento-aderência da armadura de flexão da viga no interior do pilar, diferente do modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1], no qual a parcela de rotação relativa do mecanismo de deformação correspondente é atribuída exclusivamente ao alongamento das barras da viga no interior do pilar dentro do comprimento de embutimento.

## 5. Conclusões

De acordo com os resultados obtidos pelos modelos analíticos abordados neste trabalho, observou-se que a consideração da deformabilidade das ligações pode divergir de forma relevante com a hipótese convencional de ligações rígidas. Nas simulações numéricas foram obtidos valores de fator de restrição à rotação  $\alpha_r$  inferiores a 50% em algumas ligações. Verificou-se também que as ligações do pavimento de cobertura possuem rigidez inferior as ligações do pavimento tipo - fator que está relacionado com as menores taxas de armadura que as vigas da cobertura apresentam.

A existência de ligações menos rígidas tem como consequência situações mais críticas para a estabilidade global da estrutura, e também, para as armaduras dos pilares. No geral, os aumentos ocorridos nos parâmetros de estabilidade global com a consideração do engastamento parcial de ligações podem gerar soluções no projeto estrutural diferentes daquelas que ocorrerão na realidade do edifício admitindo-se a hipótese de ligações perfeitamente rígidas. Em relação aos modelos analíticos utilizados neste trabalho, observou-se que o modelo de Alva e El Debs [21] resulta em valores mais rígidos das ligações em comparação ao modelo de Ferreira, El Debs e Elliot [1].

Os modelos analíticos utilizados para determinar a rigidez de ligações viga-pilar em estruturas monolíticas de concreto armado foram desenvolvidos para ligações sem a presença de lajes. A existência da laje poderá ocasionar um acréscimo de rigidez na ligação viga-pilar, além de reduzir a fissuração na viga, o que não é contemplado nos modelos utilizados nesta pesquisa.

Apesar das ligações viga-pilar monolíticas serem tratadas comumente como rígidas, resultados experimentais já comprovaram a existência de rotações relativas nestas ligações. A existência de uma rigidez menor nas ligações viga-pilar com engastamento parcial provoca uma redistribuição de esforços em toda a estrutura, resultando em valores mais críticos para os parâmetros de estabilidade global, momentos positivos nos vãos das vigas e na área de armadura longitudinal dos pilares. Além disso, existem ferramentas nos programas computacionais comerciais destinados ao cálculo de estruturas de concreto que consideram tal influência. Cabe ao engenheiro de estruturas utilizar com bom critério esta opção ao considerar a rigidez das ligações na análise estrutural. Tendo em vista os resultados obtidos nessa pesquisa, recomenda-se que a rigidez das ligações viga-pilar seja considerada mesmo em projetos de estruturas de concreto moldadas no local (estruturas monolíticas). A consideração da deformabilidade das ligações resulta em análises estruturais mais fiéis à realidade do comportamento da estrutura, além de conferir uma maior segurança estrutural.

## 6. Agradecimentos

À CAPES pelo suporte financeiro e ao Eng. Rodrigo Nurnberg da empresa TQS, pelos atendimentos atenciosos sobre o programa computacional.

## 7. Referências bibliográficas

- [1] FERREIRA, M.A.; EL DEBS, M.K.; ELLIOT, K.S. Determinação teórico-experimental da relação momento-rotação em ligações viga-pilar de estruturas pré-moldadas de concreto. V Simpósio EPUSP sobre estruturas de concreto. São Paulo: EPUSP, 2003.
- [2] FERREIRA, M. A.; ARAÚJO, D. L.; JEREMIAS Jr, A. C.; CATOIA, B.; KATAOKA, M. N. Estabilidade global de estruturas pré-moldadas: efeito das ligações semi-rígidas. In: 1o Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-Moldado. São Carlos, 2005.
- [3] ARAÚJO, D.L.; FERREIRA, M.A.; EL DEBS, M.K. Estabilidade global de estruturas reticuladas em concreto pré-moldado: influência da plastificação da ligação. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, v. 3, n.2, p. 85-102, 2006.
- [4] EL DEBS, M. K.; MIOTTO, A. M.; EL DEBS, A. L. H. C. Analysis of a semi-rigid connection for precast concrete. *Buildings and Structures*, p. 41-51, 2010.
- [5] HANSON, N.W. Seismic resistance of concrete frames with grade 60 reinforcement. *Journal of the Structural Division*, 97(6): 1685-700, 1971.
- [6] PAULAY, T.; SCARPAS, A. The behaviour of exterior beam-column joints. *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, 14(3): 131-44, 1981.
- [7] FILIPPOU, F.C.; POPOV, E.P.; BERTERO, V.V. Effects of bond deterioration on hysteretic behavior of reinforced concrete joints. Report No. UCB/EERC-83/19. Earthquake Engineering Research Center. 1983.
- [8] PAULTRE, P.; CASTELE, D.; RATTRAY, S.; MITCHELL, D. Seismic response of reinforced concrete frame subassemblages – a Canadian code perspective. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 16: 627-49, 1989.
- [9] ALAMEDDINE, F.; EHSANI, M.R. High strength RC connections subjected to inelastic cyclic loading. *Journal of Structural Engineering*, 117(3): 829-50, 1991.
- [10] FILIPPOU, F.C.; ISSA, A. Nonlinear analysis of reinforced concrete frames under cyclic load reversals. Report No. UCB/EERC-88/12. Earthquake Engineering Research Center. 1988.
- [11] FILIPPOU, F.C.; D'AMBROSI, A.; ISSA, A. Nonlinear static and dynamic analysis of reinforced concrete subassemblages. Report No. UCB/EERC-92/08. Earthquake Engineering Research Center. 1992.
- [12] MERGOS, P.E.; KAPPOS, A.J. A gradual spread inelasticity model for R/C beam-columns, accounting for flexure, shear and anchorage slip. *Engineering Structures*, 44: 94-106, 2012.
- [13] GHOBARAH, A.; BIDDAR, A. Dynamic analysis of reinforced concrete frames including joint shear deformation. *Engineering Structures*, 21: 971-87, 1999.
- [14] LOWES, L.N.; ALTOONTASH, A. Modeling reinforced-concrete beam-column joints subjected to cyclic load. *Journal of Structural Engineering*, 129(12): 1686-97, 2003.
- [15] BIRELY, A.C.; LOWES, L.N.; LEHMAN, D.E. A model for the practical nonlinear analysis of reinforced-concrete frames including joint flexibility. *Engineering Structures*, 34: 455-65, 2012.
- [16] SEZEN, H.; MOEHLE, J.P. Bond-slip behavior of reinforced concrete members. In: fib-Symposium (CEB-FIP) – Concrete Structures in Seismic Regions. Athens, Greece, 2003.
- [17] SEZEN, H.; SETZLER, E.J. Reinforcement slip in reinforced concrete columns. *ACI Structural Journal*, 105(3): 280-9, 2008.
- [18] KWAK, H.G.; KIM, S.P. Simplified monotonic moment-curvature relation considering fixed-end rotation and axial force effect. *Engineering Structures*, 32: 69-79, 2010.
- [19] FERREIRA, M. A. Deformabilidade de ligações viga-pilar de concreto pré-moldado. 1999. 231p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.
- [20] ALVA, G. M. S. Estudo teórico-experimental do comportamento de nós de pórtico de concreto armado submetidos a ações cíclicas. 2004. 218p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2004.
- [21] ALVA, G. M. S.; EL DEBS, A. L. H. C. Moment-rotation relationship of RC beam-column connections: Experimental tests and analytical model. *Engineering Structures*, v. 56, p. 1427-1438, 2013.
- [22] ALVA, G. M. S.; FERREIRA, M. A.; EL DEBS, A. L. H. C. Engastamento parcial de ligações viga-pilar em estruturas de concreto armado. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, v. 2, n. 4, p.356-379, 2009.
- [23] MONFORTON, G.R.; WU, T.S. Matrix analysis of semi-rigidly connected frames. *Journal of the Structural Division*, (ASCE), v.89, p.13-42, dezembro de 1963.
- [24] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 9062: Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro: ABNT, 2017.
- [25] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- [26] BOROSNYÓI, A.; BALÁZS, G.L. Models for flexural cracking in concrete: the state of the art. *Structural Concrete* 2005; 6(2): 53-62.
- [27] EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. EUROCODE 2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building. Brussels, 2004.
- [28] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6120: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: ABNT, 1980.
- [29] LEE, L.N.; WIGHT, J.K.; HANSON, R.D. RC beam-column joints under large load reversals. *Journal of the Structural Division* 1977; 103(12): 2337-50.
- [30] LACERDA, M. M. S. Análise da influência do grauteamento e da posição das armaduras na ligação viga-pilar em estruturas de concreto pré-moldado. 171 p. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, 2016.