

Experimental studies of short concrete reinforced steel fiber beams under bending

Estudo experimental de vigas curtas de concreto com fibras de aço sujeitas à flexão

H. L. HERSCOVICI ^a
helena_lh25@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0002-0828-893X>

D. ROEHL ^a
droehl@puc-rio.br
<https://orcid.org/0000-0003-4644-120X>

E. DE S. SÁNCHEZ FILHO ^b
emilsanchez@uol.com.br
<https://orcid.org/0000-0001-6749-9967>

Abstract

This paper presents the results of a test program on 24 concrete beams with a cross section of 15 x 15 cm. Those are divided into two groups of 12 beams. Group I has a steel fiber content of 40 kg/m³ while Group II uses 60 kg/m³ of steel fibers. The tests consider three sets of beam lengths: 300 mm, 500 mm and 800 mm. The beams were submitted to bending aiming at investigating shear stresses, bending, strain energy, toughness, scale effect and fracture energy. Group II showed a slightly higher resistance to rupture than Group I. However, the smaller the length, the larger the influence of the fiber content. The largest fiber content gave the concrete higher resistance when submitted to bending and shear, especially for the smaller lengths. Both strain and fracture energy, however, show considerable differences for smaller lengths, but are almost the same for the 800 mm beams. Toughness shows improvement in the longer beams and a reduction of this property in the shorter beam from Group II.

Keywords: bending, concrete, steel fibers.

Resumo

Este estudo apresenta os resultados do rompimento de dois grupos de vigas de concreto com fibras de aço. Cada grupo foi composto de 4 vigas com vão de 300 mm, 4 com vão de 500 mm e 4 com vão de 800 mm e seção de 15 cm x 15 cm. A variação dos grupos se deu pela quantidade de fibras (I com 40 kg/m³ e II com 60 kg/m³). Foram avaliados o comportamento da tensão tangencial, momento de fendilhação, energia de deformação, tenacidade, efeito escala e energia de fratura. O grupo II apresentou maior resistência máxima, sendo essa diferença pouco significativa, entretanto, quanto menor o vão maior a influência das fibras. O maior consumo de fibras conferiu à matriz maior resistência à flexão e à tensão tangencial, tendo maior influência nos vão menores. Tanto a energia de deformação quanto a energia de fratura apresentam diferenças consideráveis para os vãos menores, chegando quase a se igualar nos dois grupos para o vão de 800 mm. A tenacidade aumentou mais nas vigas de maior vão e sofreu maior redução para o menor vão do grupo II.

Palavras-chave: flexão, concreto, fibras de aço.

^a PUC-Rio, Civil Engineering Department, Rio de Janeiro, RJ, Brazil;
^b UFF, Civil Engineering Department, Rio de Janeiro, RJ, Brazil.

1. Introdução

O concreto armado é o material mais largamente utilizado na construção civil atual. Isso se deve às vantagens que esse material oferece e ao aprimoramento que teve ao longo dos seus muitos anos de emprego. Entretanto, o concreto armado também tem desvantagens e uma delas é a sua baixa ductilidade, o que implica em menor vida útil das estruturas e deterioração mais rápida após os primeiros sinais de fissuras ou outras patologias.

A adição de fibras ao concreto tem o intuito de diminuir a fragilidade característica do concreto convencional, conferindo-lhe maior resistência à tração e certa ductilidade. Consequentemente, há redução da abertura e do número de fissuras. Há vários tipos de fibras que podem ser incorporados ao concreto, como aço, polipropileno e nylon. A escolha da fibra deve ser realizada a partir do tipo de trabalho, adequando-as à necessidade da construção em questão.

As fibras são importantes para o controle de fissuração, pois quando há ocorrência de fissura as fibras são capazes de transmitir solicitações no interior do concreto. Fibras de aço são empregadas a mais de cinco décadas com vistas a melhorar as características em serviço do concreto. A utilização das fibras de aço, em comparação a outros tipos de fibras, é a melhor opção para esse tipo de aplicação, já que seu custo é baixo e seu uso não interfere significativamente na consistência do concreto, fator importante para a trabalhabilidade desse material. Vários estudos experimentais foram conduzidos para avaliar o aumento de resistência e ductilidade introduzido pela adição de fibras de aço a misturas de concreto. Em Barros et al. [1] consta que a principal propriedade do concreto a ser aprimorada é a capacidade de absorção de energia. Segundo Maidl [2] a influência mais importante das fibras de aço é no controle da propagação das fissuras e no aperfeiçoamento da distribuição das mesmas. Marangon [3] apresenta testes em concreto autoadensável com fibras de aço que mostram um aumento significativo da ductilidade do material com fibras em relação à matriz de referência. O trabalho de Lappa et al. [4] apresenta resultados de ensaios de flexão em vigas de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço sob carregamento estático e cíclico. O efeito do consumo de fibras na carga de pico é avaliado. Os resultados mostram influência positiva das fibras de aço na capacidade resistente e na ductilidade do material nos experimentos sob carregamento estático, onde um maior volume de fibras permite maior capacidade de carga resistente. Na resposta a cargas cíclicas, o trabalho mostra resultados com desvios grandes e aponta para a necessidade de usar uma mistura com boa trabalhabilidade no estado fresco para conseguir resultados mais confiáveis. Outros trabalhos (Yaziki et

al. [5], Karahan et al. [6], Wang et al. [7]) trazem resultados do efeito da concentração de fibras e das suas dimensões nas propriedades da matriz reforçada, indicando que uma maior concentração das mesmas traz benefícios em economia e permite que ocorram maiores deformações, aumentando a resistência à tração e à flexão. Mais recentemente, o trabalho de Toledo Filho et al. [8] apresenta resultados positivos sobre o aumento da resistência à tração em blocos de concreto auto adensáveis, mostrando que as fibras de aço melhoraram a eficiência da transferência de tensão entre as barras e a matriz de concreto, além de aumentar a ductilidade do elemento.

Este trabalho mostra os resultados dos ensaios de Herscovici [9] de 24 vigas de concreto armado com fibras de aço em ensaios de flexão, nos quais as vigas foram divididas em dois grupos em função do volume de fibras empregado. Foram estabelecidos três vãos de vigas e moldados 10 corpos de prova, com finalidade de controle do concreto utilizado, para cada grupo.

Os experimentos foram realizados no Laboratório de Estruturas e Materiais do Departamento de Engenharia Civil da PUC – Rio (LEM-DEC).

Os resultados dos ensaios de flexão são interpretados e empregados para avaliar a influência do consumo de fibras na tenacidade na energia de deformação, na energia de fratura, e o acréscimo da resistência à tração do concreto armado com fibras. Aspectos relativos ao efeito de escala são também abordados.

2. Programa experimental

Os ensaios realizados tiveram o objetivo de avaliar a tenacidade em vigas de concreto armado com fibras de aço por meio de ensaios de flexão em vigas. Com o objetivo de avaliar o efeito escala foram ensaiadas vigas de mesma seção (150 mm x 150 mm) e vãos diferentes (300 mm, 500 mm e 800 mm).

Foram concebidos dois grupos para realização do experimento.

- Grupo I: concreto com resistência média à compressão de 30 MPa e consumo de fibras $F1 = 40 \text{ kg/m}^3$.
- Grupo II: concreto com resistência média à compressão 30 MPa e consumo de fibras $F2 = 60 \text{ kg/m}^3$.

Foram denominadas séries para vigas de mesmo vão e mesmo volume de fibras. A Tabela 1 apresenta as especificações dos grupos. Cada grupo era constituído de quatro vigas para cada vão, 12 vigas por grupo, e foram extraídos 10 corpos de prova por grupo, nove corpos de prova previstos no programa experimental e um corpo de prova reserva totalizando 24 vigas e 20 corpos de prova. Os grupos foram concretados cada um a partir de um exemplar de concreto diferente. Por essa razão foram extraídos 10 corpos de prova para quatro ensaios de compressão para caracterização

Tabela 1

Resumo das especificações dos grupos

	Consumo de fibras (kg/m ³)	Nº de vigas	Seção das vigas (mm)	Vãos (mm)	Corpos de prova extraídos
Grupo I	40	12	150 x 150	4 de 300; 4 de 500; 4 de 800	10
Grupo II	60	12	150 x 150	4 de 300; 4 de 500; 4 de 800	10

Tabela 2

Programação de ensaio das vigas

Grupo	Série	Viga	Data do ensaio	Data da concretagem	Dias de concretado
I	Série L800-40	L800-40-V1	06/10/2015	01/09/2015	35
		L800-40-V2			
		L800-40-V3			
		L800-40-V4			
	Série L500-40	L500-40-V1	13/10/2015	01/09/2015	42
		L500-40-V2			
		L500-40-V3			
		L500-40-V4			
	Série L300-40	L300-40-V1	13/10/2015	01/09/2015	42
		L300-40-V2			
		L300-40-V3			
		L300-40-V4			
II	Série L300-60	L300-60-V1	14/10/2015	08/09/2015	36
		L300-60-V2			
		L300-60-V3			
		L300-60-V4			
	Série L500-60	L500-60-V1	20/10/2015	08/09/2015	42
		L500-60-V2			
		L500-60-V3			
		L500-60-V4			
	Série L800-60	L800-60-V1	20/10/2015	08/09/2015	42
		L800-60-V2			
		L800-60-V3			
		L800-60-V4			

do concreto, três ensaios de compressão diametral e três ensaios para obtenção do módulo de elasticidade para cada grupo.

Para identificação das vigas adotou-se a nomenclatura descrita a seguir.

Vigas: LX-Y-VZ, sendo X o vão da viga em mm, Y a quantidade de fibras em kg/m³, V corresponde à viga e Z sua numeração.

Por exemplo, L500-60-V4 é relativo ao vão de 500 mm, 60 kg/m³ de fibras e a viga de número 4.

Corpos de Prova: CPK-GW CP referenciando corpo de prova, G corresponde ao “grupo”, K representa o número do corpo de prova extraído e W o número do grupo concretado.

Por exemplo, CP7-G2 é relativo ao sétimo corpo de prova do exemplar de concreto de número dois, ou grupo II.

A concretagem das vigas foi realizada no mesmo laboratório dos ensaios. O concreto teve uma dosagem pré-estipulada em 1:1,48:1,65:0,45 (cimento : areia : agregado graúdo : fator água aglomerante), com o intuito de obter um concreto com resistência à compressão mínima de 30 MPa.

2.1 Materiais constituintes

O cimento utilizado foi o CP-II-F-32, a areia tinha dimensão máxima característica $D_{max} \leq 4,75$ mm e módulo de finura igual a 2,6 mm, obtidos por meio de ensaios normalizados. O agregado graúdo utilizado foi a brita do tipo “0” com dimensão máxima característica igual a 9,5 mm obtidos por ensaios seguindo a NBR 7217/87 [10] e a NBR 9937/87 [11]. Para melhorar a trabalhabilidade do concreto

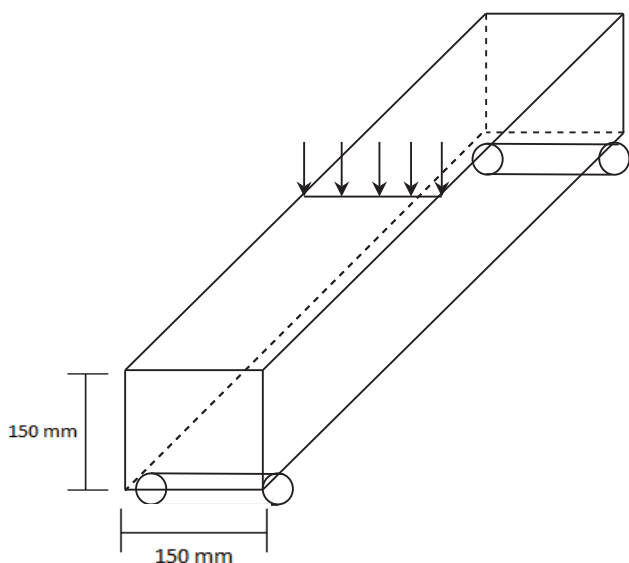


Figura 1
Ensaio à flexão

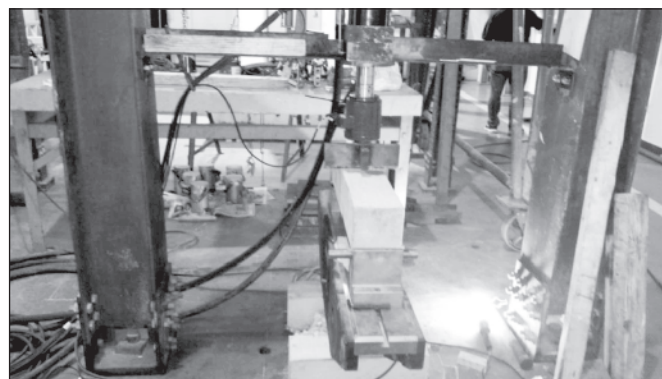


Figura 2
Pórtico adaptado para ensaios à flexão com a máquina de ensaio universal MTS

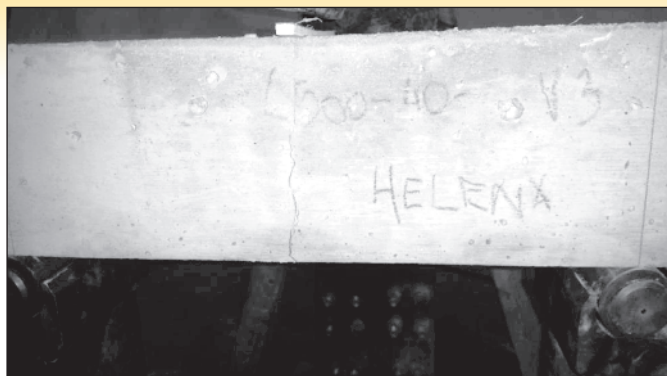


Figura 3
Comportamento das primeiras fissuras nas vigas ensaiadas

utilizou-se o aditivo superplastificante ADVA FLOW 20^a. As fibras de aço utilizadas nos ensaios foram fibras Dramix[®] do tipo RL 45/30 BN da empresa Bekaert. Nos ensaios de compressão, compressão diametral e módulo de elasticidade foi utilizada a prensa universal MTS do Laboratório de Estruturas e Materiais da PUC- Rio com capacidade para 500 kN. A concretagem e os ensaios seguiram a padronização mostrada na Tabela 2.

2.2 Métodos de ensaios

Foram testadas 24 vigas de concreto com fibras de aço divididas em dois grupos. A variação dos grupos se deu no volume de fibras a serem incorporadas ao concreto. O ensaio foi de flexão no esquema mostrado na Figura 1 seguindo as recomendações da ASTM C1018/97 [12], com o terceiro ponto de aplicação de carga no meio do vão. Os apoios foram fixados a 3 cm das extremidades das vigas. Foi utilizado um pórtico adaptado conectado ao atuador MTS para ensaios à flexão, com capacidade para 1000 kN como mostra a Figura 2. A máquina foi operada para que o deslocamento do ponto central da viga se desse a uma taxa constante de 0,1 mm/min, estando dentro da faixa estabelecida pela ASTM C1018/1997 [12]. Os ensaios foram realizados de modo que fosse possível a obtenção dos dados relativos à primeira fissura e parcialmente a sua resistência residual. As vigas ensaiadas apresentaram primeiras fissuras similares à mostrada na Figura 3. Os dados dos deslocamentos foram obtidos através do software de leitura do próprio atuador.

3. Análise dos resultados

O concreto utilizado para o grupo I apresentou uma resistência média $f_c = 39,25$ MPa, e o grupo II $f_c = 39,96$ MPa. A resistência

Tabela 3
Resistência à compressão do concreto

Grupo	Corpo de prova	Tipo de ensaio	Força máxima (kN)	f_c (MPa)
I	CP7-G1	Compressão simples	310,22	39,25
	CP8-G1		327,33	
	CP9-G1		284,06	
	CPR-G1 (10)		311,34	
II	CP7-G2	Compressão simples	306,84	39,96
	CP8-G2		314,99	
	CP9-G2		330,91	
	CPR-G2 (10)		302,54	

Tabela 4
Resistência à tração dos corpos de prova

Grupo	Corpo de prova	Tipo de ensaio	Força máxima (kN)	Resistência à tração (MPa)
I	CP1-G1	Compressão diametral	100,04	3,18
	CP2-G1		68,91	2,19
	CP3-G1		72,25	2,30
II	CP1-G2	Compressão diametral	96,13	3,06
	CP2-G2		76,77	2,44
	CP3-G2		84,53	2,69

Tabela 5
Valores de resistência à compressão obtidos nos ensaios para obtenção do módulo de elasticidade

Grupo	Corpo de prova	Tipo de ensaio	Força máxima (kN)	E_{ci} (GPa)
I	CP4-G1	Módulo de elasticidade	300,11	27,58
	CP5-G1		307,39	
	CP6-G1		309,21	
II	CP4-G2	Módulo de elasticidade	221,51	25,60
	CP5-G2		318,53	
	CP6-G2		259,07	

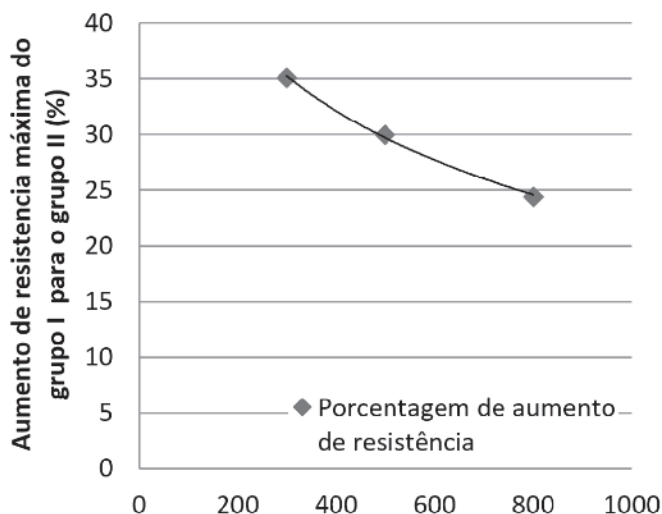


Figura 4
Acréscimo percentual da resistência máxima comparando-se o grupo I ao grupo II em função do vão

média à tração foi $f_{td,m} = 2,56$ MPa para o grupo I, e $f_{td,m} = 2,73$ MPa para o grupo II. O módulo de elasticidade foi $E_{ci} = 27,58$ GPa para o grupo I e $E_{ci} = 25,60$ GPa para o grupo II. A Tabela 3 mostra os resultados individuais de cada corpo de prova utilizado para

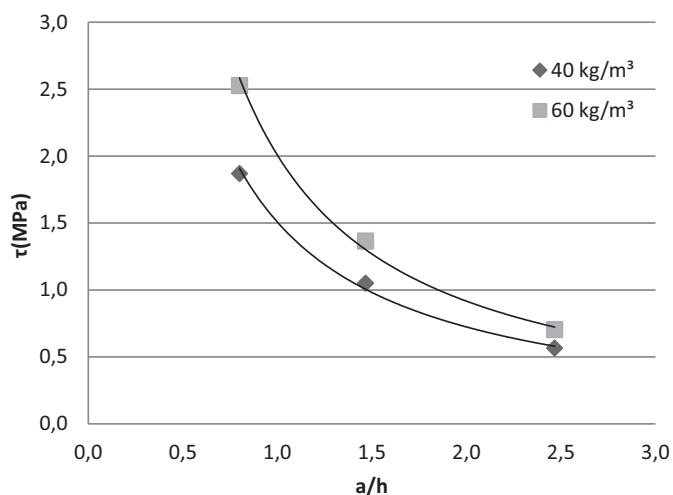


Figura 5
Tensão tangencial x razão a/h para os valores de tensão média

Tabela 6
Razões entre as tensões tangenciais

a/h	$\Delta = \tau_{40} / \tau_{60}$
0,80	0,74
1,47	0,77
2,47	0,80

obtenção da resistência à compressão, a Tabela 4 para resistência à tração e a Tabela 5 para o módulo de elasticidade.

3.1 Análise do acréscimo percentual da resistência máxima

Foi realizada uma análise do acréscimo percentual da resistência máxima do grupo I relativo ao grupo II de acordo com os vãos. O vão de 300 mm apresenta um aumento de resistência de 35% do grupo I em relação ao grupo II, o vão de 500 mm um aumento de 30% e o vão de 800 mm um aumento de 24%. A Figura 4 apresenta um gráfico desse decréscimo.

Com relação à efetividade das fibras no concreto, percebe-se uma diminuição da mesma com o aumento do vão das vigas.

3.2 Análise da tensão tangencial

A tensão tangencial é dada por:

$$\tau = \frac{P}{bh} \tag{1}$$

onde

τ – tensão tangencial (MPa);

P – força relativa à primeira fissura (kN);

b – largura da seção da viga (m);

h – altura da seção da viga (m).

A análise das tensões tangenciais considera a razão $\frac{a}{h}$, na qual a

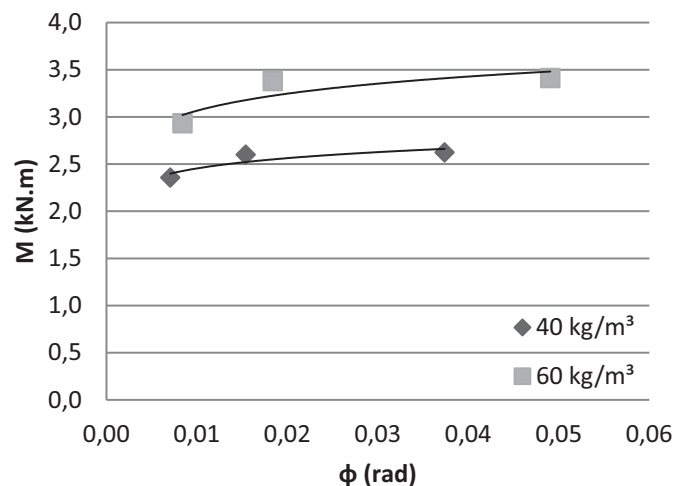


Figura 6
Momento de fendilhação x rotação para valores médios para cada série

Tabela 7
Razão entre os momentos de fendilhação de acordo com o vão

Span (mm)	Δ_1
300	1,30
500	1,30
800	1,24

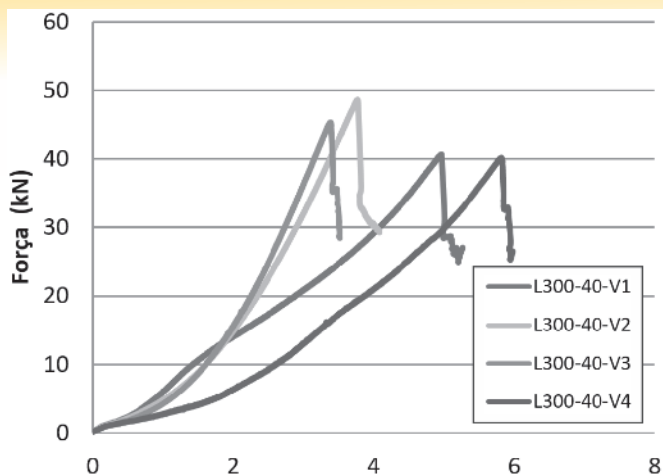


Figura 7
Gráfico força x flecha para o vão de 300 mm do grupo I

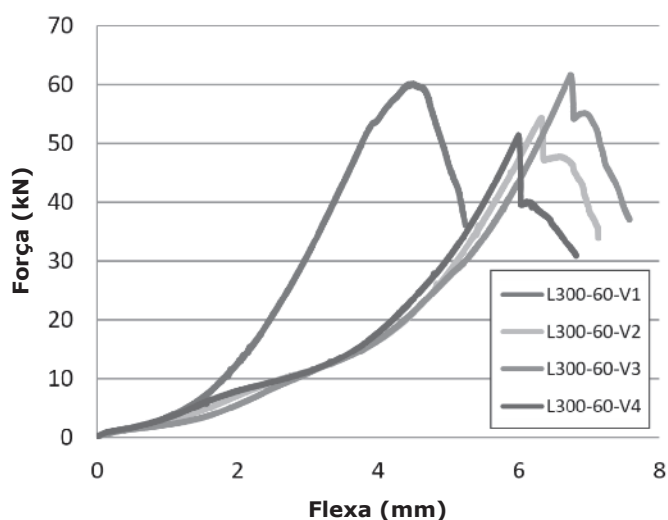


Figura 8
Gráfico força x flecha para o vão de 300 mm do grupo II

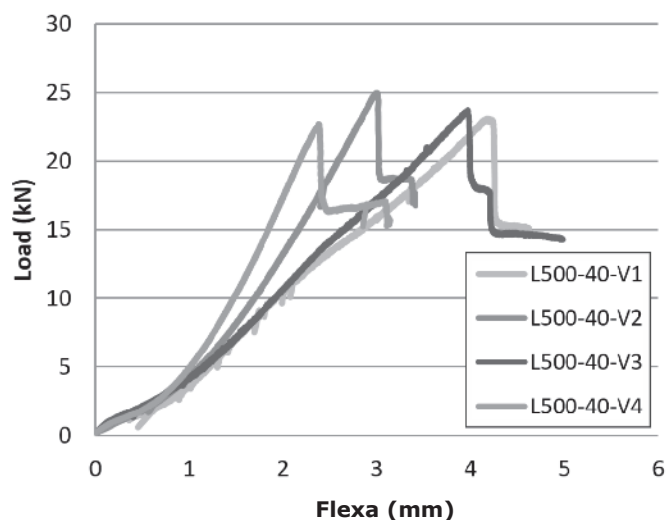


Figura 9
Gráfico força x flecha para o vão de 500 mm do grupo I

distância a representa a metade do vão entre os apoios (vão total menos 3 cm de cada lado para dar estabilidade aos apoios) e $h = 0,15$ m para todos os vãos (seção 0,15 m x 0,15 m). Observa-se na Figura 5 que quando a razão $\frac{a}{h}$ aumenta a tensão tangencial diminui. As diferenças entre as tensões tangenciais do grupo I e do grupo II diminuem com o aumento dessa razão. A Tabela 6 apresenta os valores dessas razões.

3.3 Análise do momento de fendilhação

Os momentos de fendilhação foram calculados são dados por:

$$M = \frac{Pa^2}{l} \tag{2}$$

$$\varphi = \frac{\delta}{a} \tag{3}$$

onde

M – momento de fendilhação (kN.m);

P – força referente à primeira fissura (kN);

a – metade do vão entre os apoios (m);

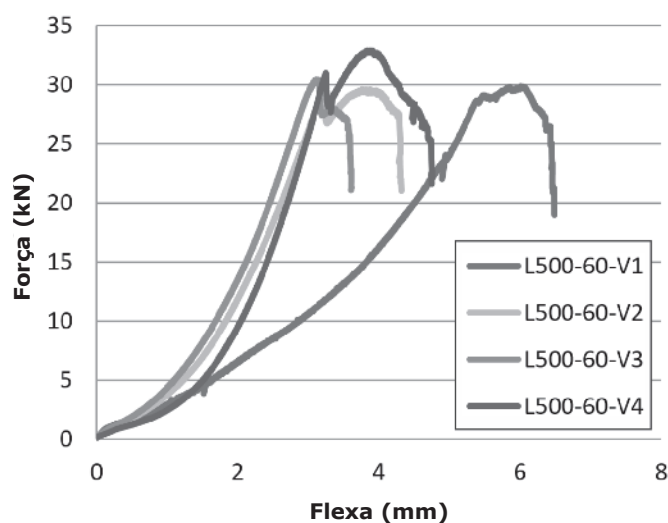


Figura 10
Gráfico força x flecha para o vão de 500 mm do grupo II

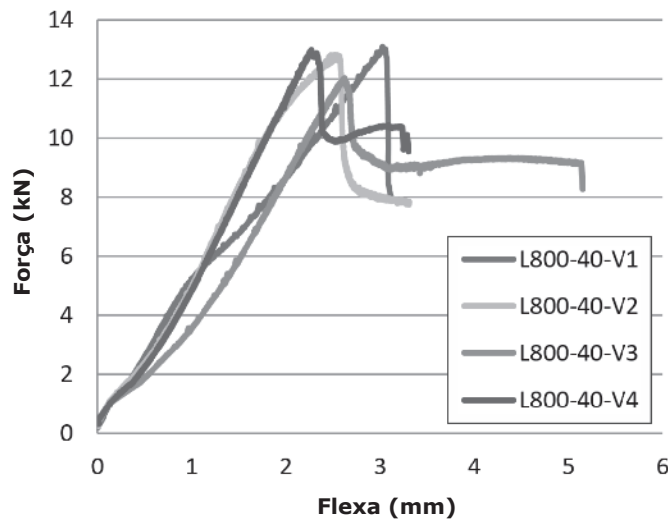


Figura 11
Gráfico força x flecha para o vão de 800 mm do grupo I

l – vão da viga correspondente (m).

ϕ – rotação correspondente ao momento de fendilhação;

δ – flecha correspondente à primeira fissura (m).

A Figura 6 apresenta os valores médios do momento de fendilhação e rotação respectiva para cada série.

Com o aumento do consumo de fibras observa-se um aumento no momento de fendilhação. Percebe-se que as rotações tanto para o Grupo I quanto para o Grupo II têm valores próximos. Verifica-se também que para os vãos de 300 mm e 500 mm há uma pequena diferença da rotação para um aumento significativo do momento, e para o vão de 800 mm há um aumento mais significativo da rotação para um aumento significativo do momento.

A Tabela 7 mostra a razão entre os momentos suportados de acor-

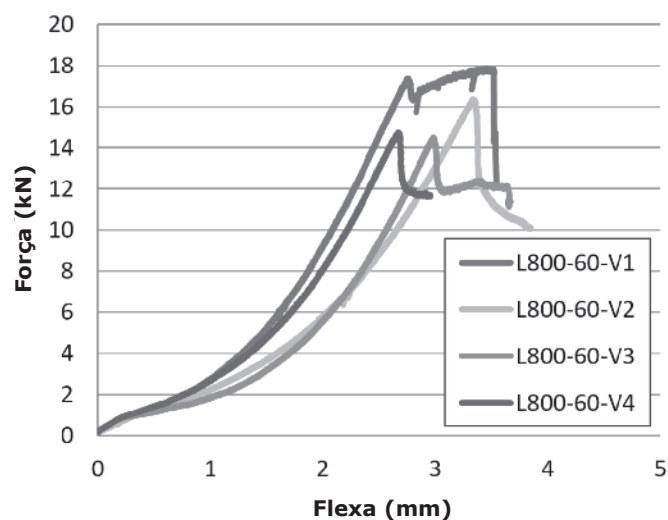


Figure 12
Gráfico força x flecha para o vão de 800 mm do grupo II

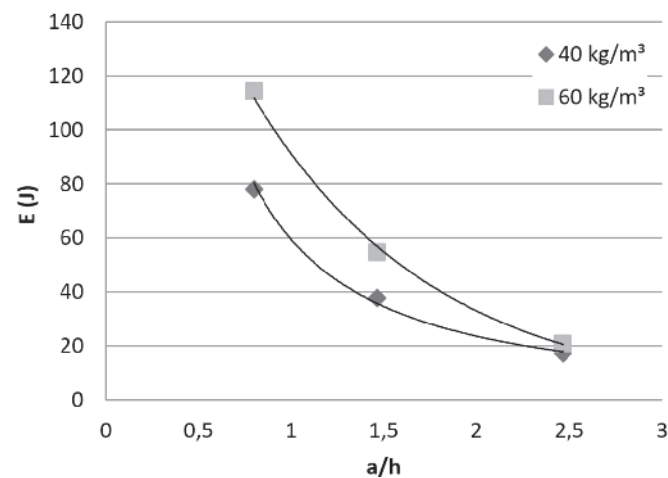


Figure 13
Energia de deformação x razão a/h para as valores médios de trabalho para cada vão de cada vão

do com o consumo de fibras para cada vão, sendo $\Delta_1 = \frac{M_{60}}{M_{40}}$, a razão entre os momentos de fendilhação do Grupo I e do Grupo II. Há uma diminuição na razão entre os momentos com o aumento do vão. O valor para os vãos de 300 mm e 500 mm são bastante próximos, já os valores para o vão de 800 mm apresentam uma redução um pouco mais acentuada.

Quanto maior o vão, maior o momento fletor atuante para uma carga equivalente. Percebe-se que a ruptura ocorre com mais facilidade em vãos maiores, logo nota-se a perda da ductilidade das peças à medida que o vão aumenta.

3.4 Análise da energia de deformação

A energia de deformação E_{def} é a área sob o gráfico força x flecha e é expressa em Joule (J).

Os valores de energia foram extraídos dos gráficos por meio do método de Simpson, analisados ponto a ponto nos registros dos ensaios. Os gráficos “força x flecha” para os vãos de 300 mm são apresentados na Figura 7 e na Figura 8, para os vãos de 500 mm na Figura 9 e na Figura 10 e para os vãos de 800 mm na Figura 11 e na Figura 12. Nesta seção são analisados os valores obtidos para o trabalho na zona elástica das vigas. Observa-se uma diminuição acentuada na energia de deformação à medida que a razão $\frac{a}{h}$ aumenta. O Grupo II apresentou uma diminuição mais acentuada que o Grupo I, sendo a curva do Grupo I potencialmente decrescente e a do Grupo II exponencialmente decrescente.

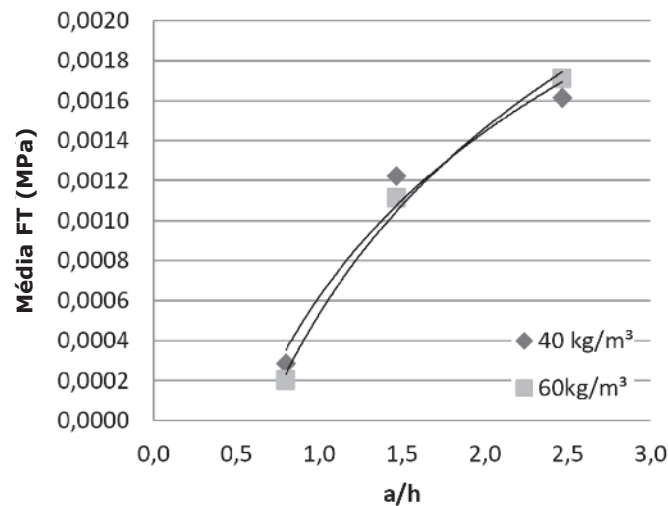


Figure 14
Média FT x razão a/h para o valor médio do fator de tenacidade para cada série

Tabela 8
Relação entre os fatores de tenacidade do grupo I e grupo II

a/h	Δ_2
0,8	0,7127
1,47	0,9099
2,47	1,0578

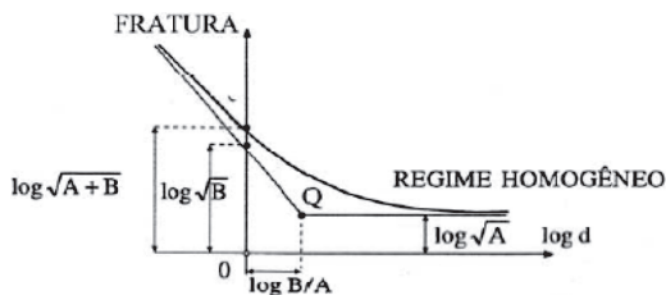


Figura 15
Diagrama da MSFL. CARPINTERI *et al* (1995)

Outro fator relevante na análise da energia é a proximidade das duas curvas para o maior vão (razão $\frac{a}{h} = 2,47$ ou $L = 0,8m$). O gráfico da Figura 13 mostra a diminuição da contribuição das fibras na energia com o aumento do vão.

3.5 Análise da tenacidade

O parâmetro para análise da tenacidade, denominado fator de tenacidade FT pela JSCE –SF4 (1984) [13], é dado por:

$$FT = \frac{T_b}{\delta_{tb}} \times \frac{L}{bh^2} \quad (4)$$

onde

FT – fator de tenacidade (MPa);

L – vão entre apoios (mm);

b – largura da seção (m);

h – altura da seção (m);

T_b – tenacidade à flexão (área sob a curva força vs. flecha) até o limite de flecha δ_{tb} ;

δ_{tb} – flecha equivalente a $L/150$ (mm).

As vigas com vão de 800 mm do grupo II não atingiram a flecha necessária para cálculo do FT. Para que essa série não fosse descartada da análise da tenacidade utilizou-se o padrão de comportamento das vigas para assumir valores para os parâmetros retirados do gráfico força x flecha. No caso do vão de 800 mm foi aferido um valor de T_b que seria correspondente a uma flecha de $\delta_{tb} = 4,93$ considerando apenas o vão entre apoios. Para análise dos parâmetros relevantes para a tenacidade foram admitidas aproximações de valores que não constavam nos dados dos ensaios para que fosse realizada uma análise com todos os vãos ensaiados. Para isso utilizou-se o padrão de comportamento do material e dos últimos valores de flecha e carga obtidos nos ensaios. Os valores obtidos nos gráficos força x flecha foram truncados onde terminavam e foram obtidos valores de força para a flecha desejada para os cálculos. A Figura 14 apresenta os valores médios do fator de tenacidade para cada série.

Para o fator de tenacidade percebe-se um aumento da capacidade de absorção de energia com o aumento do vão. A Tabela 8 apresenta a razão $\Delta_2 = \frac{M_{60}}{M_{40}}$ para todos os vãos.

Observa-se que para o vão de 300 mm as vigas com consumo de fibra de 60 kg/m³ têm capacidade menor de absorção de energia, correspondendo a cerca de 70% daquela das vigas com consumo de fibras igual a 40 kg/m³. Para o vão de 500 mm as vigas do

Grupo II também apresentam menor capacidade de absorção de energia. Porém essa diminuição do fator de tenacidade não é tão significativa quanto para as vigas com vão menor, correspondendo a aproximadamente 90% da capacidade das vigas do Grupo I. Para o vão maior (800 mm) nota-se uma divergência muito pequena, porém, com comportamento diferente. As vigas do Grupo II apresentam maior fator de tenacidade que as vigas do Grupo I. Isso pode indicar que com o crescimento do vão as fibras beneficiem a matriz de concreto, porém, por falta de ensaios com vãos maiores que 800 mm, não é válido concluir que o aumento do vão com maior consumo de fibras confere benefícios à matriz.

3.6 Efeito escala

Pela Lei de Carpinteri ou “Multifractal Scaling Law” (CARPINTERI *et al.*, 1995) [14] tem-se:

$$\sigma_n = \sqrt{A + \frac{B}{d_c}} = f_t \sqrt{1 + \alpha_0 \frac{d_{max}}{d_c}} \quad (5)$$

onde

σ_n – tensão nominal de ruptura;

f_t – resistência à tração;

d_c – dimensão característica da estrutura;

A, B – constantes físicas;

d_{max} – dimensão máxima do agregado;

α_0 – constante empírica.

A Figura 15 representa a lei de Carpinteri e explicita a faixa de dimensões das peças para qual o efeito escala é significativo. À medida que d aumenta a resistência nominal tende para um valor constante e diferente de zero denominado resistência limite. Em caso contrário, com d tendendo para zero a resistência nominal tende para o infinito, deixando a faixa de dimensões na qual se tem mais destacadamente o efeito escala limitada. Essa faixa pode ser grande ou pequena. Em estruturas com $d > B$ o efeito escala tende a

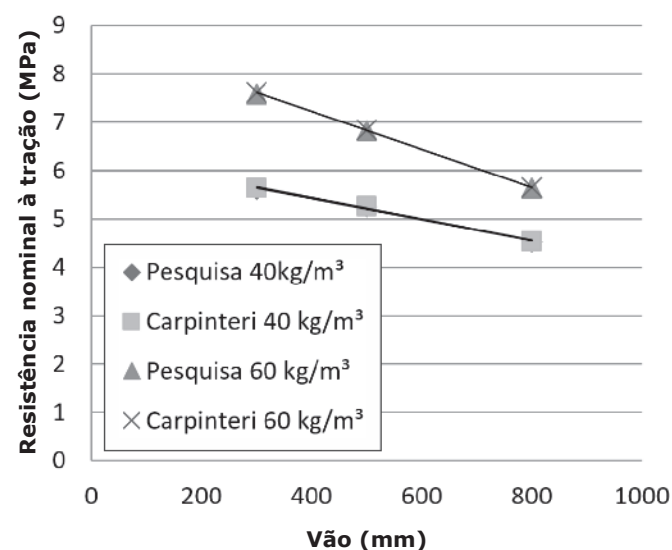


Figura 16
Lei de Carpinteri x pesquisa para consumo de fibras de 40 kg/m³ e 60 kg/m³

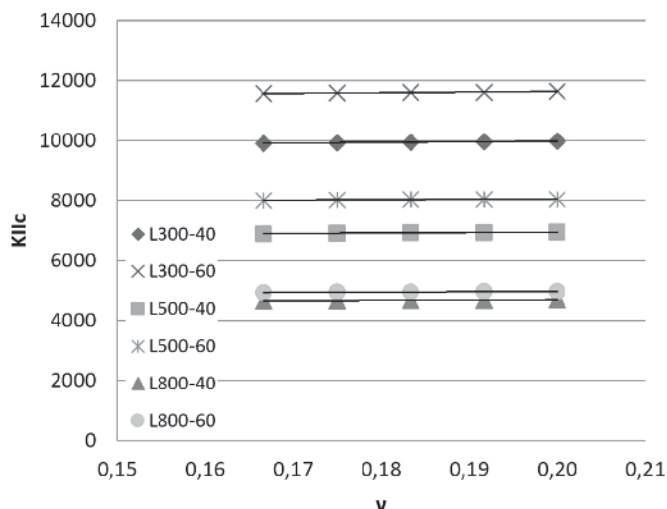


Figura 17
Variação de K_{IIc} com o coeficiente de Poisson

desaparecer; por exemplo, a estrutura falha no início da fissuração. Para $d < B$ o efeito escala é significativo.

A Figura 16 mostra os resultados do efeito escala para as vigas dos dois grupos em comparação com a Lei de Carpinteri. A tensão de tração na flexão é dada por:

$$f_{ctm} = \frac{3 Pl}{2 bh^2} \quad (6)$$

onde

f_{ctm} – resistência à tração na flexão para ensaio com um cutelo (MPa);

P – força de ruptura (N);

l – distância entre elementos de apoio (mm);

b – largura da seção transversal da viga (mm);

h – altura da seção transversal da viga (mm);

A análise da lei de Carpinteri foi realizada com $\alpha_0 = 0,3$.

Constata-se a existência do efeito escala na pesquisa analisando-se a comparação entre os resultados obtidos e a expressão de Carpinteri. O efeito escala analisado por essa lei mostra que se tem um decréscimo linear na tensão nominal de tração com o aumento do vão para os dois grupos.

3.7 Energia de fratura

Para mensurar a energia de fratura, tem-se o fator crítico de tensão K_{IIc} :

$$K_{IIc} = \sqrt{\frac{E_{ci} G_{II}}{1 - \nu^2}} \quad (7)$$

onde

K_{IIc} – fator crítico de tensão ($\frac{kN}{m^{3/2}}$);

E_{ci} – módulo de elasticidade (kPa);

G_{II} – energia de fratura por unidade de superfície (kN/m);

ν – coeficiente de Poisson.

Nos ensaios realizados para o concreto, em geral, não foram medidas as deformações transversais para que fosse obtido experimentalmente o coeficiente de Poisson. Considerando-se que o coeficiente de Poisson varia de $\nu = 1/6$ a $\nu = 1/5$, foi realizada

uma análise do fator crítico de tensão em relação a essa variação. Foram escolhidos cinco pontos entre os valores limites desse coeficiente e foram calculados os fatores críticos de tensão em função desses pontos. A Figura 17 mostra as curvas para cada série.

Constata-se uma diminuição da efetividade das fibras à medida que o vão aumenta. Isso mostra a diminuição na capacidade de absorção de energia de acordo com o aumento do volume de fibras, o que torna as peças mais frágeis. O aumento do vão acentua mais ainda a fragilidade das peças ensaiadas.

Os valores de K_{IIc} são quase constantes com a variação do coeficiente de Poisson apresentando um aumento de menos de 1% para o intervalo considerado.

4. Conclusões

A partir da análise dos resultados experimentais chegou-se às conclusões descritas a seguir.

Todas as vigas ensaiadas apresentam acréscimo na resistência máxima no grupo em que o consumo de fibras é maior. À medida que o vão aumenta, a influência das fibras diminui.

O acréscimo de resistência mostrou um comportamento não uniforme. Com o aumento do vão a resistência aumentou a uma taxa menor. Comparando-se o Grupo II (60 kg/m³ de fibras) ao Grupo I (40 kg/m³ de fibras) tem-se um aumento de resistência de 35% para o menor vão (300 mm), 30% para o vão médio (500 mm) e 24% para o maior vão (800 mm), mostrando que o vão influencia no aumento da resistência.

Com o aumento da razão $\frac{a}{h}$ observa-se uma diminuição da tensão tangencial para ambos os grupos. Para $\frac{a}{h} = 0,8$ tem-se a razão entre as tensões tangenciais $\Delta_{0,8} = \frac{\tau_{40}}{\tau_{60}} = 0,74$, para $\frac{a}{h} = 1,47$ essa razão é $\Delta_{1,47} = 0,77$ e para $\frac{a}{h} = 2,47$ a razão é $\Delta_{2,47} = 0,8$. Isso mostra que o aumento do consumo de fibras é menos eficaz na resistência à solitação tangencial quando essa razão aumenta.

O momento de fendilhação é influenciado pelo consumo de fibras. O Grupo II apresenta entre 24% e 30% (em função do vão) maior resistência ao momento do que o Grupo I. Com o aumento do vão há uma diminuição mais brusca do momento. Para os dois vãos menores, a razão entre os momentos nos dois grupos não apresenta valores significativamente diferentes. Isso indica que com a redução do vão, a razão entre os momentos de cada grupo deve se manter constante, em torno de 1,30. Mesmo a razão dos momentos para o vão maior apresentando um maior acréscimo na resistência à flexão para o Grupo II, a influência do aumento do consumo de fibras no momento de fendilhação tem apenas um acréscimo em torno de 3% a 4% em relação aos vãos menores.

A energia de deformação E_{def} apresenta comportamento mais regular em relação à variação da razão $\frac{a}{h}$. A energia armazenada diminui com o aumento do vão. A razão $\frac{a}{h} = 2,47$ que equivale ao vão de $L = 800$ mm mostra uma influência quase nula das fibras, pois as duas curvas são quase coincidentes no ponto equivalente à razão $\frac{a}{h} = 2,47$. As fibras conferem maior armazenamento de energia às peças, porém, à medida que o vão aumenta as fibras vão perdendo efetividade e o incremento do volume de fibras passa a ser irrisório para melhorar essa propriedade do material.

Há um aumento da capacidade de absorção de energia que se dá pelo aumento do volume de fibras, medida pelo fator de tenacidade das peças, em ambos os grupos. Entretanto, o aumento da

tenacidade que ocorre devido ao consumo de fibras varia de forma não linear, mostrando um comportamento divergente quando se trata da comparação entre os dois grupos. O Grupo I apresenta maior tenacidade nas peças de vãos iguais a 300 mm e 500 mm e para as peças de vão igual a 800 mm o Grupo II tem maior capacidade de absorção de energia, porém, a alteração da tenacidade é de pouca relevância. Com esses resultados verifica-se que o consumo de fibras não influencia tanto a tenacidade quanto o vão. O maior consumo de fibras apresentou menor fator de tenacidade para peças de menor vão. BARROS (1995) [15] cita que a principal propriedade beneficiada pela adição das fibras é a capacidade de absorção de energia, entretanto, não foi considerado o efeito escala em seu estudo.

Existe efeito escala na pesquisa realizada. A proximidade dos resultados obtidos com os resultados calculados pela Lei de Carpinteri corroboram tal conclusão.

Para a energia de fratura observa-se que quanto menor o vão, maior é a influência das fibras na energia de fratura das vigas. Essa influência diminui à medida que o vão aumenta. Quanto ao coeficiente de Poisson, pode-se inferir que, para o concreto, não há influência significativa na mudança de seu valor na faixa estudada.

5. Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq pelo apoio financeiro dado a esta pesquisa.

6. Referências bibliográficas

- [1] BARROS, J. A. O.; CRUZ, J. S.; ULRICH, E. "Avaliação da capacidade de absorção de energia de betões reforçados com fibras de aço". *Journal of Experimental Mechanics of APAET*, vol. 4, p. 1-11. Portugal, 1999.
- [2] MAIDL, B. H. "Steel fiber reinforced concrete". 1st edition, Ernst & Sohn. Berlim, Alemanha, 1995.
- [3] MARANGON, E. "Desenvolvimento e caracterização de concretos autoadensáveis reforçados com fibras de aço". *Dissertação de Mestrado. COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro*. Rio de Janeiro, Brasil, 2006.
- [4] LAPPA, E.S.; BRAAM, C.R.; WALRAVEN, J.C. "Bending Performance Of High Strength Steel Fibre Reinforced Concrete: Static and fatigue loading condition". *Measuring, Monitoring and Modeling Concrete Properties*, p. 133-138. Delft, Holanda, 2006.
- [5] YAZICI, S.; INAN, G.; TABAK, V. "Effect of Aspect Ratio and Volume Fraction of Steel Fiber on the Mechanical Properties of SFRC". *Construction and Building Materials*, vol. 21, issue 6, p. 1250-1253. Izmir, Turquia, 2006.
- [6] KARAHAN, O.; OZBAY, E.; ATIS, C.D; LACHEMI, M.; HOS-SAIN, K.M.A. "Effects of Milled Cut Steel Fibers on the Properties of Concrete". *KSCE Journal of Civil Engineering*, vol. 20, issue 7, p. 2783-2789. Korea, 2016.
- [7] WANG, Q.; LI, X.; ZHAO, G.; SHAO, P.; YAO, J. "Experiment on mechanical properties of steel fiber reinforced concrete and application in deep underground engineering". *Journal of China University of Mining and Technology*, vol. 18, issue 1, p. 64-66. China, 2008.
- [8] TOLEDO FILHO, R. D.; MARANGON, E.; SILVA, F.A.; MO-BASHER, B. "Effect of steel fibres on the tensile behaviour of self-consolidating reinforced concrete blocks". *Fiber Reinforced Concrete: from Design to Structural Applications. American Concrete Institute Fib Workshop Proceedings*, v. 79, p. 123-130. Montreal, Canadá, 2016.
- [9] HERSCOVICI, H. L. "Estudo experimental de vigas curtas de concreto com fibras de aço sujeitas à flexão". *Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil*, 2016.
- [10] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR 7217: Agregados – Determinação da composição granulométrica. Rio de Janeiro, Brasil, 1987.
- [11] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NBR 9937: Agregados – Determinação da absorção e da massa específica de agregado graúdo. Rio de Janeiro, Brasil, 1987.
- [12] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS – ASTM C1018: Standard Test Method for Flexural Toughness and First-Crack Strength of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam with third-point loading). Estados Unidos, 1997.
- [13] JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS – JSCE SF4: Steel Fiber 4 – Method of tests for flexural toughness of steel fiber reinforced concrete. Japão, 1984.
- [14] CARPINTERI, A.; CHIAIA, B.; FERRO, G. "Size effects on nominal tensile of concrete structures: multifractality of material ligaments and dimensional transition from order to disorder". *Materials and Structures*, v. 28, p. 311-317. Torino, Itália, 1995.
- [15] BARROS, J. A. O., "Comportamento do betão reforçado com fibras – análise experimental e simulação numérica". *Tese de Doutorado. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto, Portugal*, 1995.