

# Determination of modulus of elasticity of concrete from the acoustic response

## *Determinação do módulo de elasticidade do concreto a partir da resposta acústica*

H. J. F. DIÓGENES<sup>a</sup>  
hidelbrando@sc.usp.br

L. C. COSSOLINO<sup>b</sup>  
apl@atcp.com.br

A. H. A. PEREIRA<sup>c</sup>  
ha@atcp.com.br

M. K. EL DEBS<sup>d</sup>  
mkdebs@sc.usp.br

A. L. H. C. EL DEBS<sup>e</sup>  
analucia@sc.usp.br

### Abstract

Dynamic structural analysis is increasingly important for civil structures. In this context, non-destructive tests are a promising tool, as they allow obtaining integrated and comprehensive information about structure stiffness and damping and, moreover, may be repeated and compared over time. The determination of the modulus of elasticity of concrete by way of its acoustic response represents an innovative methodology to obtain a design parameter which associated with the compressive strength, achieves the guidelines for the design of structural elements in plain, reinforced and prestressed concrete. Test results show that the use of acoustic response-based tools in the determination of resonance frequency yields values with differences of less than 1% from those obtained by more commonly used non-destructive methods.

**Keywords:** dynamic experimental analysis; non-destructive testing; acoustic response; dynamic modulus of elasticity.

### Resumo

A análise dinâmica de estruturas é cada vez mais relevante para estruturas civis. Nesse contexto, ensaios dinâmicos, de caráter não-destrutivo, são uma ferramenta promissora, pois permitem que sejam obtidas informações integradas e globais da estrutura a respeito da rigidez e do amortecimento e, além disso, podem ser repetidos e comparados ao longo do tempo. A resposta acústica é uma inovadora metodologia de ensaio não-destrutivo que visa a determinação do módulo de elasticidade do concreto, parâmetro que associado à resistência do concreto à compressão, configura-se como diretriz ao dimensionamento de elementos estruturais de concreto simples, armado ou protendido. Na comparação com metodologias usuais de ensaios não-destrutivos, os resultados demonstraram que a utilização de ferramentas baseadas na resposta acústica apresentam diferença inferior a 1% na determinação da frequência de ressonância.

**Palavras-chave:** análise experimental dinâmica; ensaios não-destrutivos; resposta acústica; módulo de elasticidade dinâmico.

<sup>a</sup> Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estrutura, Escola de Engenharia de São Carlos, hidelbrando@sc.usp.br, Av. Trabalhador São Carlense, 400 – Pq. Arnold Schmidt, São Carlos, Brasil;

<sup>b</sup> ATCP – Engenharia Física, apl@atcp.com.br, Rua Monteiro Lobato, 1601 – Vila Nery, São Carlos, Brasil.

<sup>c</sup> ATCP – Engenharia Física, ha@atcp.com.br, Rua Monteiro Lobato, 1601 – Vila Nery, São Carlos, Brasil.

<sup>d</sup> Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estrutura, Escola de Engenharia de São Carlos, mkdebs@sc.usp.br, Av. Trabalhador São Carlense, 400 – Pq. Arnold Schmidt, São Carlos, Brasil;

<sup>e</sup> Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estrutura, Escola de Engenharia de São Carlos, analucia@sc.usp.br, Av. Trabalhador São Carlense, 400 – Pq. Arnold Schmidt, São Carlos, Brasil.

## 1. Introdução

Ensaio dinâmico, de caráter não-destrutivo, são uma poderosa ferramenta aos projetistas, por apresentarem a vantagem de fornecer informações integradas e globais da estrutura a respeito da rigidez e do amortecimento e, além disso, podem ser repetidos e comparados ao longo do tempo. Isto faz com que as informações obtidas a partir deste tipo de ensaio sejam desejáveis na elaboração de projetos estruturais, uma vez que o módulo de elasticidade do material, por exemplo, pode ser monitorado ao longo da vida útil da estrutura a partir de um único corpo-de-prova, não havendo a necessidade da moldagem de vários corpos. Cabe ressaltar que a partir do módulo de elasticidade é possível estimar a resistência do material, o que enfatiza ainda mais a importância destes ensaios para os projetistas.

Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo apresentar uma nova ferramenta de ensaio não-destrutivo baseada na resposta acústica e comparar esta à ferramentas de ensaio não-destrutivo já consagradas, visando sua difusão no meio técnico-científico. Tem como foco a determinação do módulo de elasticidade do concreto, parâmetro este que associado à resistência à compressão, configura-se como diretriz para o dimensionamento de elementos estruturais de concreto simples, armado ou protendido.

Apresenta-se uma breve explanação acerca da análise experimental dinâmica e das potencialidades de uma de suas aplicações, a caracterização de materiais, mais especificamente, a determinação do módulo de elasticidade dinâmico do concreto. No que segue, descrevem-se os ensaios realizados com corpos de prova cilíndricos e prismáticos, utilizando as ferramentas de ensaio anteriormente mencionadas e apresentam-se os resultados obtidos. Ao final, as devidas considerações acerca dos resultados obtidos são apresentadas no trabalho.

## 2. Análise dinâmica experimental

### 2.1 Generalidades

McConnell e Varoto [1] definem ensaio de vibração como a arte e a ciência de medir e compreender a resposta de uma estrutura quando exposta a um ambiente dinâmico específico e, se necessário, deve-se simular esse ambiente de maneira a garantir a representação satisfatória da estrutura, quando exposta a esse mesmo ambiente vibratório.

Uma série de aplicações da análise dinâmica experimental é descrita nas bibliografias que tratam do assunto. Baseado em Ewins [2] e McConnell e Varoto [1], apontam-se algumas aplicações da análise dinâmica experimental: (a) elaboração, verificação, calibração, ajuste e correção de modelos teóricos e numérico-computacionais; (b) desenvolvimento e qualificação de um produto; (c) verificação da integridade estrutural e da confiabilidade; (d) amostragem de produção; (e) monitoramento das condições de funcionamento.

Dentro das aplicações da análise experimental dinâmica, destaca-se uma composição de duas delas como foco deste trabalho, parâmetro de amostragem de produção e de integridade estrutural, já que o módulo de elasticidade do concreto está associado a ambas.

### 2.2 Ensaios dinâmicos para determinação do módulo de elasticidade

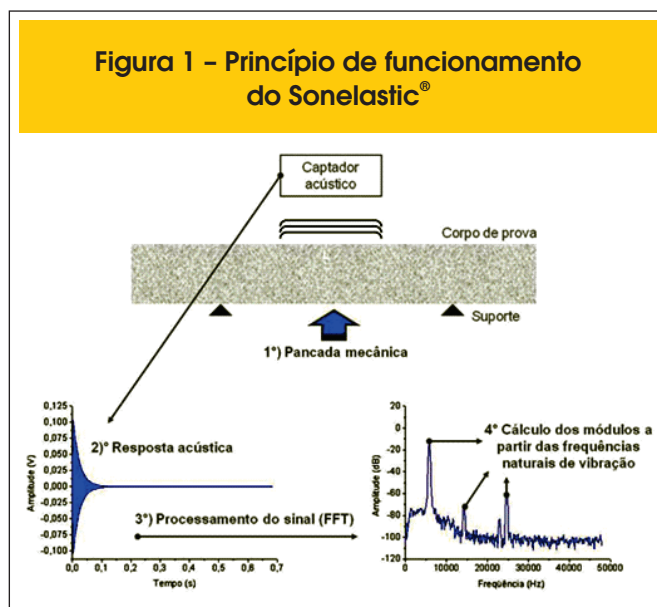
As técnicas experimentais dinâmicas podem ser classificadas em três categorias: 1) excitação por impulso; 2) velocidade sônica (ultrassom) e 3) frequência de ressonância.

A técnica da frequência de ressonância, a qual por meio de vibrações longitudinais, transversais ou torcionais, se obtém a frequência fundamental de ressonância do elemento estrutural (prismático ou cilíndrico), é uma das mais difundidas na Engenharia. É utilizada tanto para a determinação do módulo de elasticidade dinâmico, quanto de outros parâmetros, como por exemplo, o coeficiente de Poisson dinâmico, a rigidez dinâmica da ligação viga-pilar, o amortecimento do material, etc.

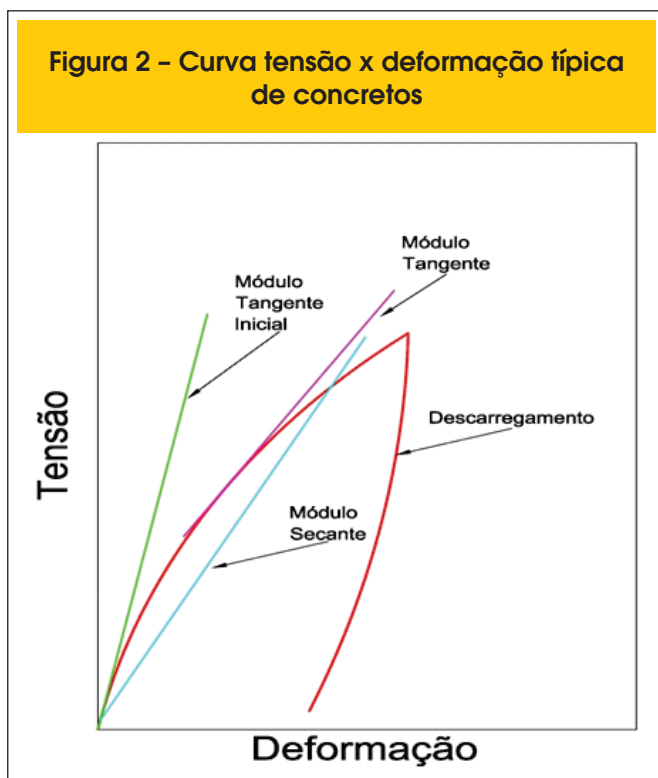
Na técnica de excitação por impulso, para se obter a resposta acústica o corpo-de-prova é suportado por fios nos pontos nodais, no sentido de vibração de interesse e recebe uma leve pancada que o induz a uma resposta acústica. Essa resposta é composta por uma ou mais frequências naturais de vibração, a partir das quais é calculado o módulo de elasticidade.

A técnica de velocidade sônica baseia-se no tempo de propagação (flight time) de um pulso sônico ou ultrassônico de curta duração ao longo do corpo-de-prova (frequência acima de 20 KHz), sendo essa técnica regulamentada pela ASTM C597: 2009 [5]. Apesar de bastante utilizada, uma incerteza grande na medida origina-se da importância do coeficiente de Poisson neste caso e da impossibilidade em calculá-lo, uma vez que apenas a velocidade longitudinal do som é medida e seria necessário conhecer também a velocidade transversal. Assim, os erros na medida são proporcionais à dispersão entre o valor real do coeficiente de Poisson e aquele estimado. Neville [4] considera que essa técnica não apresenta confiabilidade, uma vez que alguns parâmetros, como por exemplo, o coeficiente de Poisson, podem acarretar em redução no valor do módulo de elasticidade de até 11%.

Para a realização dos ensaios dinâmicos deste trabalho foram utilizados dois sistemas de aquisição. Para ambos, as recomendações da ASTM – C215: 2008 [5] foram respeitadas na sua integralidade.



**Figura 2 – Curva tensão x deformação típica de concretos**



O primeiro desses sistemas, Sonelastic®, é uma linha de soluções em instrumentação desenvolvida pela ATPC – Engenharia Física para a caracterização não-destrutiva dos módulos de elasticidade e do amortecimento de materiais a partir das frequências naturais de vibração, obtidas pela técnica de excitação por impulso.

Nesse sistema de aquisição o módulo de elasticidade e o amortecimento são calculados a partir do som emitido pelo corpo-de-prova ao sofrer um pequeno impacto mecânico. Esse som, ou resposta acústica, é composto pela frequência natural de vibração do corpo que é proporcional ao módulo de elasticidade associado à direção da vibração (Figura 1).

Para geometrias simples, como barra, cilindro, disco e placa, existe uma relação unívoca entre as frequências naturais de vibração com as dimensões e a massa do corpo-de-prova, parâmetros que podem ser facilmente medidos com um paquímetro e uma balança. Conhecendo-se as dimensões, a massa e as frequências naturais de vibração, o cálculo do módulo de elasticidade é imediato. O amortecimento nesse sistema de aquisição é calculado a partir do decremento logarítmico da amplitude de vibração, a partir da taxa de atenuação do sinal [6].

A particularidade desse equipamento está no fato de que a resposta acústica do corpo-de-prova é capturada empregando um captador acústico (microfone), ao invés da utilização de um acelerômetro fixado ao corpo-de-prova, como ocorre na maioria dos sistemas de aquisição convencionais para ensaios não-destrutivos, como por exemplo, no segundo sistema de aquisição utilizado neste trabalho, o ACE da Data Physics. Por não demandar de fixação de sensores, o emprego do captador acústico facilita ainda mais a montagem do aparato de ensaio. Outro aspecto importante desse sistema consiste em não demandar hardwares adicionais, pelo fato de serem utilizadas as placas de áudio já disponíveis nos computadores atuais.

O sistema ACE® da Data Physics é um sistema de aquisição de dados para acelerometria, com quatro canais, sendo dois de entrada e dois de saída. O sistema é composto por uma placa condensadora de sinal, acoplada a um computador, um acelerômetro piezoelétrico (entrada) e um excitador (saída), que pode ser um martelo de impacto ou shaker. Uma vantagem desse sistema consiste na obtenção da Função de Resposta em Frequência (FRF), que relaciona a entrada com a saída do sistema. A partir da FRF, podem-se obter os parâmetros modais da estrutura. Cada pico de amplitude está associado a uma frequência natural (ou frequência ressonante) e a um modo de vibrar [7].

Do ponto de vista econômico, sistemas de aquisição similares ao ACE® são mais caros que o Sonelastic®, pois em geral quanto maior a quantidade de canais, mais caro é o sistema de aquisição.

### 3. Comparação entre módulo de elasticidade estático e dinâmico

A partir de uma curva típica de tensão x deformação de um concreto submetido a esforços de compressão e tração, com carregamentos e descarregamentos sucessivos (Figura 2), observa-se que a expressão “módulo de deformação elástico” de Young só pode, a rigor, ser aplicada à parte reta da curva tensão x deformação, ou, quando não houver parte reta, à tangente à curva na origem. Nesse caso, denomina-se módulo de elasticidade tangente inicial [8].

Por apresentar um comportamento não-linear, a curva tensão x deformação do concreto apresenta certa dificuldade para a determinação exata de um único valor do módulo de elasticidade estático, portanto a utilização de métodos experimentais dinâmicos não-destrutivos, que aplicam carregamentos dinâmicos e não interferem diretamente na amostra, fornece o valor do módulo de elasticidade do material de forma mais precisa. Além disso, para a análise de deformações e tensões em estruturas carregadas dinamicamente o módulo de elasticidade dinâmico ( $E_{c,d}$ ) é o mais adequado [8].

O  $E_{c,d}$  pode fornecer informações a respeito da deformabilidade do concreto, da rigidez de um elemento estrutural, de suas ligações com outros elementos e da integridade da estrutura, inclusive daquelas que estão submetidas a ações estáticas. A qualidade e a reprodutibilidade dos resultados dos ensaios dinâmicos fazem com que o módulo dinâmico seja um parâmetro global, obtido de maneira integrada e com um alto grau de precisão.

Por ser uma propriedade que pode ser obtida num mesmo corpo-de-prova ao longo de um determinado período, o  $E_{c,d}$  é empregado em ensaios que avaliam as alterações do concreto submetido a ataque químico ou a ciclos de congelamento e descongelamento. Isso confere aos ensaios dinâmicos não-destrutivos uma nova atribuição, a avaliação de alguns aspectos da durabilidade do concreto.

Nos ensaios dinâmicos não-destrutivos para determinação do  $E_{c,d}$ , em sua maioria, pode-se considerar que este está relacionado ao comportamento elástico do concreto e que o mesmo não é afetado pela fluência, já que os níveis de vibração aplicados implicam em tensões muito baixas. Por essa razão, o módulo de elasticidade dinâmico é aproximadamente igual ao módulo tangente à origem da curva tensão x deformação determinado no ensaio estático e, portanto, maior do que o módulo secante estático [8].  $E_{c,d}$  é geralmente 20, 30 e 40 por cento maior do que o módulo estático de deformação para concretos de alta, média e baixa resistências, respectivamente [8]. Porém, esses autores não indicam a qual módulo estático de deformação essa relação está associada, se é

o módulo tangente, o secante ou cordal. Há alguns anos, pesquisadores procuram estabelecer a relação entre o módulo dinâmico e o estático. Essa relação não é facilmente determinada pela análise do comportamento físico, pois a heterogeneidade do concreto influencia os dois módulos de forma diferente [9]. Algumas expressões empíricas que relacionam os módulos estático ( $E_c$ ) e dinâmico são dadas a seguir pelas Equações (1), (2), (3) e (4).

**a) Código Britânico BS 8110-2: 1985 [10]:**

- Para concretos com teor de cimento inferior a 500 kg/m<sup>3</sup> ou para concretos com agregados de peso normal, o módulo estático é dado pela Equação 1.

$$E_c = 1,25E_{c,d} - 19 \text{ (GPa)} \quad (1)$$

- Para concretos com teor de cimento superior a 500 kg/m<sup>3</sup> ou para concretos com agregados leves, o módulo estático é dado pela Equação 2.

$$E_c = 1,04E_{c,d} - 4,1 \text{ (GPa)} \quad (2)$$

**b) Lyndon e Baladran [11]:**

$$E_c = 0,83E_{c,d} \quad (3)$$

**c) Popovics [4]:**

$$E_c = \kappa \cdot E_{c,d}^{1,4} \cdot \rho^{-1} \quad (4)$$

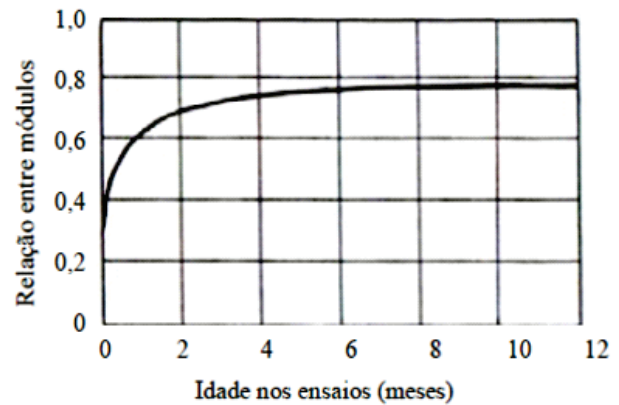
Na qual,  $\rho$  é a massa específica do concreto e  $\kappa$  é uma constante que depende das unidades de medida.

Contudo, cabe ressaltar que essas expressões se aplicam a casos específicos e que não há indicação do tipo de módulo de elasticidade estático a qual essas expressões se referem.

Outros pesquisadores tentaram estabelecer uma correlação entre o módulo de elasticidade dinâmico e a resistência do concreto, porém ainda não existe uma relação generalizada, e sim, expressões que dependem do tipo de concreto empregado. Dessa forma, a estimativa da resistência em função do valor do módulo dinâmico precisa ser baseada em resultados experimentais [4]. A relação entre o módulo dinâmico ( $E_{c,d}$ ) e a resistência à compressão ( $f_{cub}$ ), obtida em corpo-de-prova cúbico, estabelecida pelo Código Britânico CP 110: 1972 [4] é dada pela Equação 5, sendo  $E_{c,d}$  em GPa e  $f_{cub}$  em MPa .

$$E_{c,d} = 7,6 \cdot f_{cub}^{0,33} + 14 \quad (5)$$

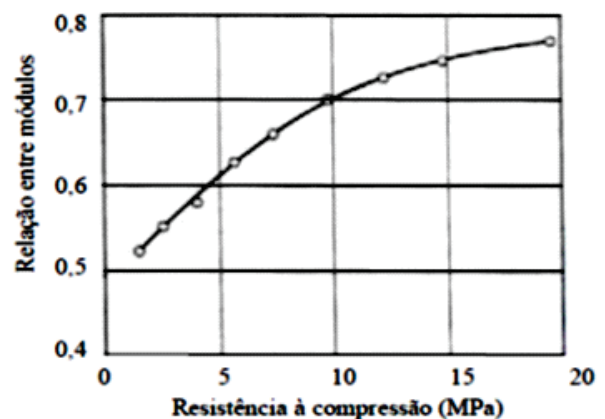
**Figura 3 – Relação entre módulos estático/dinâmico. (4)**



Alguns dos fatores que influenciam o valor do módulo de elasticidade dinâmico (e/ou a relação entre este e o módulo estático), ou que podem interferir na obtenção da frequência de ressonância utilizada para calcular o  $E_{c,d}$ , são apresentados a seguir:

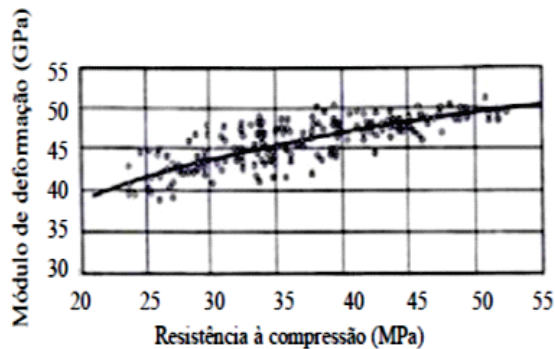
- Idade** – Neville [4] mostra que para um mesmo concreto a razão entre os módulos (estático e dinâmico) tendem a um valor final de 0,8 (Figura 3). Nesse caso, foram analisadas amostras com idades de até 12 meses. Han e Kim [12] não verificaram grande influência da idade na relação entre os módulos, porém todas as amostras foram ensaiadas até os 28 dias de idade;
- Resistência** – O módulo dinâmico aumenta com o aumento da resistência e, quanto maior o  $E_{c,d}$ , menor a diferença entre  $E_{c,d}$  e  $E_c$ , pois o trecho elástico da curva tensão x deformação tende a ser mais retilíneo a medida que aumenta a fragilidade do material.

**Figura 4 – Relação entre os módulos estático e dinâmico de concretos com diferentes resistências. (4)**





**Figura 5 – Relação entre o módulo dinâmico e a respectiva resistência à compressão. (4)**



Malhotra [9] cita resultados de outros autores que confirmaram o aumento de  $E_{c,d}$  com o aumento da resistência, desde que mantidas as mesmas condições de cura. Em concretos diferentes, a relação entre os módulos é tanto maior quanto maior a resistência do concreto [4], como pode ser visto na Figura 4 e na Figura 5;

- c. **Temperatura de cura** – Com o aumento da temperatura, o valor de  $E_c$  se aproxima do valor de  $E_{c,d}$  [11];
- d. **Proporções da mistura e propriedades dos agregados** – O módulo dos materiais constituintes afeta a deformabilidade do concreto sob ações dinâmicas. O módulo dinâmico aumenta se houver uma maior quantidade de agregado para uma mesma relação água/cimento, enquanto que o aumento da quantidade de água na mistura ou do teor de ar incorporado reduz o módulo dinâmico. Como também acontece com o módulo de elasticidade estático, a porosidade afeta a matriz e a zona de transição do concreto, reduzindo a sua capacidade de restringir as deformações, e isso também afeta o  $E_{c,d}$  [9];
- e. **Tamanho do corpo-de-prova** – Quanto maior a amostra, menor a frequência de ressonância;
- f. **Condições de cura** – A mudança no módulo com a secagem é muito pequena depois de três ou quatro dias de secagem ao ar. Quando o concreto é mantido úmido, o módulo aumenta com a idade e se o concreto for exposto à secagem, o módulo reduz com a idade. Uma recomendação geral é que seja feita cura submersa e que a amostra esteja saturada no ensaio para a obtenção de resultados satisfatórios [9].

Han e Kim [12] obtiveram resultados experimentais a respeito dos efeitos do tipo de cimento, temperatura de cura, idade e relação água/cimento na relação entre os módulos de elasticidade dinâmico e estático do concreto, e ainda, entre o módulo de elasticidade dinâmico e a resistência à compressão. Esses autores observaram que o tipo de cimento não causa influência na relação  $E_{c,d}/E_c$ , assim como a idade, sendo somente a temperatura de cura um fator relevante.

A técnica da velocidade sônica foi utilizada por Han e Kim [12] para determinar o módulo de elasticidade dinâmico em corpos de prova cilíndricos de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura. Ao

utilizar o módulo estático cordal inicial (definido por esses autores como sendo a declividade da reta traçada entre os pontos com deformações equivalentes a  $10\mu$  e  $50\mu$ ), foi possível perceber que a relação entre  $E_c$  e o  $E_{c,d}$  é ainda mais próxima da unidade. Os autores concluíram que existe a necessidade de outras pesquisas para avaliar a influência da idade na relação entre os módulos, pois os resultados obtidos encontravam-se em diferentes faixas para diferentes idades, não sendo possível compará-los entre si. Eles obtiveram experimentalmente a Equação 6, que relaciona o módulo estático ao módulo dinâmico (em GPa):

$$E_c = E_{c,d} \cdot (1 - \alpha \cdot e^{-b \cdot E_{c,d}}) \quad (6)$$

onde **a** e **b** são constantes obtidas do ajuste da curva experimental e dependem dos parâmetros estudados (relação água/cimento, tipo de cimento e temperatura de cura), assim como a relação estabelecida entre o módulo dinâmico e a resistência à compressão. O valor do módulo dinâmico foi encontrado a partir da frequência de ressonância do primeiro modo longitudinal ( $f_1$ ), do comprimento do cilindro ( $l$ ) e da massa específica do concreto ( $\rho_c$ ), conforme a Equação 7:

$$E_{c,d} = 4 \cdot \rho_c \cdot l^2 \cdot f_1^2 \quad (7)$$

Mesbah, Lachemi e Aïtcin [13] utilizaram a mesma técnica, com a finalidade de avaliar a evolução da resistência de concretos de alta resistência para três misturas, variando basicamente a relação água/cimento de 0,30 a 0,45. Isso permitiu a esses autores acompanhar o processo de endurecimento do concreto desde o início. As primeiras medidas, em geral, foram realizadas com apenas 10 horas a partir da hora de moldagem. Os resultados sugerem que em baixas idades (inferior a 24 horas), o módulo de elasticidade dinâmico é muito superior ao estático, podendo chegar a uma razão  $E_{c,d}/E_c$  igual a 4, dependendo da relação água/cimento ( $a/c$ ), sendo que quanto maior o  $a/c$  maior a relação  $E_{c,d}/E_c$ . Todavia, os resultados demonstraram que após 24 horas essa relação decresce suavemente até se estabilizar aos 28 dias. Nessa etapa, a relação  $E_{c,d}/E_c$  parece sofrer pouca influência da relação  $a/c$ . Baseado nos resultados obtidos para o tipo de agregado e cimento utilizados, os autores propuseram a seguinte equação:

$$E_c = 9 \times 10^{-11} (65 E_d + 1600)^{3,2} \quad (8)$$

### 3.1 Coeficiente de Poisson estático e dinâmico

O coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) é a razão entre a deformação lateral e a deformação axial em regime elástico, e representa outra medida da deformabilidade do concreto. Geralmente, o coeficiente de Poisson para carregamento de compressão é bastante similar ao de tração,

**Tabela 1 – Parâmetros geométricos e de massa dos corpos de prova prismáticos**

| CP | L (mm) | D.P.* | b (mm) | D.P.* | h (mm) | D.P.* | m (kg) |
|----|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|
| 01 | 748,67 | 0,58  | 151,17 | 0,76  | 152,00 | 1,00  | 42,50  |
| 02 | 750,67 | 0,58  | 152,33 | 0,58  | 154,00 | 1,73  | 43,10  |
| 03 | 750,17 | 0,76  | 152,67 | 0,58  | 152,33 | 0,58  | 42,50  |

\* Desvio padrão

mas seu valor varia com a resistência à compressão do concreto, sendo menor para concreto de alta resistência e maior para concreto saturado e carregado dinamicamente. Contudo, não se pode afirmar que o coeficiente de Poisson varia com a idade do concreto, a relação água/cimento, o tempo de cura ou a granulometria do agregado.

A expressão para o cálculo do coeficiente de Poisson utiliza o valor do módulo de elasticidade (E) e do módulo de elasticidade transversal (ou torcional) (G), e o seu valor varia entre 0,15 e 0,22 para concreto de peso normal. As determinações dinâmicas resultam em valores mais altos, com uma média de aproximadamente 0,24 [4]. Conhecidos o  $E_{c,d}$  (determinado utilizando o método da frequência de ressonância de vibração longitudinal ou transversal) e o  $G_{c,d}$  (determinado pela frequência de ressonância de vibração à torção), obtém-se então o coeficiente dinâmico de Poisson. A expressão do coeficiente de Poisson é:

$$\nu = \frac{E_{c,d}}{2 \cdot G_{c,d}} - 1 \quad (9)$$

Ainda não existe normalização brasileira para a determinação experimental do coeficiente de Poisson. A norma americana ASTM C-469: 2002 [14] estabelece critérios para esse ensaio. Existe uma indicação de valores a serem utilizados durante a fase de projeto, feita pela ABNT – NBR 6118: 2007 [15] (item 8.2.9): “para tensões de compressão menores que  $0,5 f_c$  e tensões de tração menores que  $f_{ct}$ , o coeficiente de Poisson  $\nu$  pode ser tomado como igual a 0,2 e o módulo de elasticidade transversal  $G_c$  igual a  $0,40 E_{c,s}$ ”.

## 4. Materiais e programa experimental

### 4.1 Generalidades e descrição dos corpos-de-prova

O programa experimental deste trabalho é composto por duas partes. A primeira corresponde aos ensaios de caracterização do concreto via técnica de excitação por impulso, utilizando o equipamento Sonelastic® PC Based, desenvolvido pela ATCP – Engenharia Física. Já a segunda parte, consiste nos ensaios realizados no Laboratório de Engenharia de Estruturas, da Escola de Engenharia de São Carlos (LE-EESC). Nesta etapa, foi feito o uso do sistema de aquisição ACE Data Physics, equipamento usualmente empregado nos ensaios dinâmicos não-destrutivos para caracterização de materiais do LE-EESC.

Os ensaios foram realizados em cilindros e prismas de concreto simples com o intuito de determinar o módulo de elasticidade dinâmico, visando a posterior validação da metodologia empregada pelo equipamento de ensaio. Os mesmos corpos-de-prova foram utilizados nas duas etapas.

Todavia, além de determinar o módulo de elasticidade dinâmico, ensaios de compressão axial com controle de deslocamentos e flexão em quatro pontos (para os prismas) foram realizados. Desses ensaios, foram obtidas as resistências à compressão e a tração na flexão e o módulo de elasticidade estático. Para os ensaios estáticos foi usado o sistema de aquisição System 5000 da Vishay Instruments.

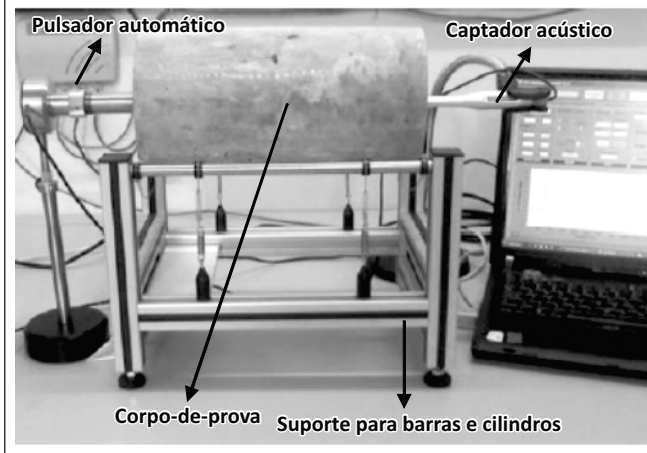
As Tabelas 1 e 2 resumem os dados referentes à geometria dos corpos-de-prova e suas respectivas massas.

**Tabela 2 – Parâmetros geométricos e de massa dos corpos de prova cilíndricos**

| CP | L (mm) | D.P.* | d (mm) | D.P.* | m (kg) |
|----|--------|-------|--------|-------|--------|
| 04 | 295,83 | 0,29  | 149,67 | 0,58  | 12,7   |
| 05 | 294,00 | 0,50  | 149,67 | 0,58  | 12,7   |
| 06 | 298,33 | 0,58  | 149,33 | 0,58  | 12,7   |
| 07 | 297,83 | 0,29  | 149,67 | 0,76  | 12,7   |
| 08 | 296,33 | 0,58  | 149,67 | 0,58  | 12,7   |
| 09 | 297,67 | 0,58  | 150,00 | 0,50  | 13,0   |

\* Desvio padrão

**Figura 6 – Aparato para ensaio dinâmico de corpo-de-prova cilíndrico empregado nos ensaios na ATCP**



**Figura 7 – Aparato para ensaio dinâmico de corpo-de-prova prismático empregado nos ensaios na ATCP**



## 4.2 Descrição dos ensaios

### 4.2.1 Ensaios estáticos

A determinação do módulo de elasticidade estático do concreto foi feita por ensaios de compressão axial com controle de deslocamento em corpos-de-prova (CP) cilíndricos de 150 mm de diâmetro e 300 mm de altura, aos 47 dias, utilizando a média aritmética dos valores obtidos para o  $E_c$ . Os ensaios foram feitos na máquina de ensaios universal Instron, utilizando-se dois extensômetros removíveis com base de 200 mm, fixados ao corpo-de-prova por meio de elásticos, em posições diametralmente opostas. O sistema de aquisição utilizado foi o System 5000 da Vishay Instruments.

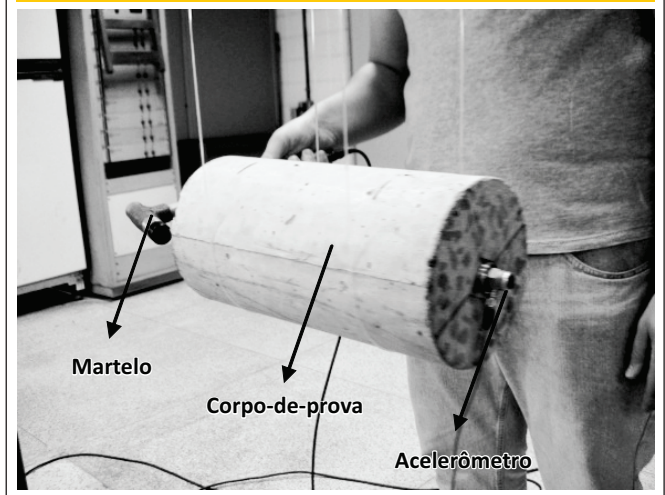
Foi obtido o módulo de elasticidade estático tangente inicial ( $E_c$ ), segundo ABNT – NBR 8522: 2008 [16], utilizando a metodologia A descrita no item 6.2.3.1 da referida norma. O módulo de elasticidade tangente inicial equivale ao coeficiente angular da reta secante à curva tensão x deformação, passando entre os pontos com tensões iguais a 0,5 MPa e 30% da tensão de ruptura (em MPa). Para a determinação da resistência à tração na flexão ( $f_{ctM}$ ) em corpos-de-prova prismáticos, foi utilizada a norma ABNT – NBR

12142: 2010 [17]. Os CP utilizados foram os mesmos prismas de 150 mm de largura, 150 mm de altura, e 750 mm de comprimento, empregado nos ensaios para determinação do módulo de elasticidade dinâmico, por se tratar de ensaios não-destrutivos. Esses foram submetidos a um carregamento estático de flexão (ensaio de flexão por quatro pontos) até a ruptura. Os ensaios de flexão foram realizados na máquina de ensaios universal Instron, utilizando o mesmo sistema de aquisição, System 5000.

### 4.2.2 Ensaios dinâmicos

Visando a determinação do módulo de elasticidade dinâmico ( $E_{c,d}$ ) obtido com a frequência ressonante longitudinal, foram adotadas as prescrições da ASTM C215: 2008 [5] no que diz

**Figura 8 – Arranjo de ensaio dinâmico para corpo-de-prova cilíndrico empregado nos ensaios na LE-EESC**



**Figura 9 – Arranjo de ensaio dinâmico para corpo-de-prova prismático empregado nos ensaios na LE-EESC**





**Tabela 3 – Resultados dos ensaios estáticos dos CP cilíndricos aos 47 dias – LE-EESC**

| CP – Cilíndrico | $f_{c,47}$ (MPa) | $E_c$ (GPa)             |
|-----------------|------------------|-------------------------|
| 01              | 51,14            | 31,53                   |
| 02              | 42,57            | 36,51                   |
| 03              | 46,19            | 31,42                   |
| 04              | 49,05            | 37,16                   |
| 05              | 50,84            | 35,69                   |
| 06              | 51,97            | 34,72                   |
| MÉDIA           | $48,63 \pm 3,61$ | $34,51 \pm 2,48$ (7,2%) |

\*Média ± Desvio padrão

respeito ao posicionamento do acelerômetro, ao ponto de aplicação da excitação e à maneira de simular a condição de contorno necessária à realização do ensaio. As Figuras 6 e 7 apresentam o esquema de ensaio dos CP realizados na ATPC – Engenharia Física. Já as Figuras 8 e 9 representam os ensaios realizados no LE-EESC.

### 5. Análise dos resultados

Com relação aos ensaios de compressão axial monotônica dos CP cilíndricos, os valores médios da resistência à compressão e do módulo de elasticidade estático ( $E_c$ ), aos 47 dias, são apresentados na Tabela 3.

A título de comparação com os valores obtidos nos ensaios, procedeu-se o cálculo do módulo de elasticidade segundo a ABNT - NBR 6118: 2007 [15]. Esta norma em seu item 8.2.8, apresenta dois valores para o módulo de elasticidade, ambos calculados a partir do valor da resistência à compressão aos 28 dias.

O primeiro dos valores é denominado de módulo de elasticidade tangente inicial ( $E_{c,i}$ ), que deve ser utilizado na avaliação do comportamento global da estrutura e para o cálculo das perdas de protensão. A referida norma ainda sugere um segundo valor que deve ser utilizado nas análises elásticas de projeto, especialmente para determinação de esforços solicitantes e verificação de estados limites de serviço em elemento estrutural submetido à tração ou à compressão, denominado módulo de elasticidade secante ( $E_{c,s}$ ).

A comparação dos valores sugeridos pela ABNT – NBR 6118: 2007 [15] para o projeto, e os obtidos experimentalmente

**Tabela 4 – Resultados dos ensaios de tração na flexão dos CP prismáticos aos 48 dias – LE-EESC**

| CP – Prismático | $f_{ctm}$ (MPa)  | $E_{c,f}$ (GPa)   |
|-----------------|------------------|-------------------|
| 07              | 4,26             | 19,960            |
| 08              | 4,38             | 20,819            |
| 09              | 4,35             | 22,255            |
| MÉDIA           | $4,33 \pm 0,062$ | $21,01 \pm 1,159$ |

para o  $E_c$ , a partir de corpos de prova cilíndricos, é apresentada resumidamente na Tabela 5. O  $E_{c,i}$  foi 11,62% superior ao  $E_c$  experimental, enquanto que o  $E_{c,s}$  foi 3,97% inferior ao  $E_c$  experimental, diferença considerada pequena. Assim, para este trabalho, já que foi considerada a formulação proposta pela ABNT – NBR 6118: 2007 [15] para a estimativa do  $E_{c,i}$ , o resultado obtido é contra a segurança estrutural, uma vez que superestima o módulo de elasticidade inicial do concreto.

No que diz respeito aos ensaios de tração na flexão, é usual que a resistência à tração seja expressa em termos de módulo de ruptura. Metha e Monteiro [8] afirmam que os resultados dos ensaios de módulo de ruptura ( $f_{ctm}$ ) tendem a superestimar a resistência à tração do concreto de 50 a 100%, principalmente porque a equação usada nessa determinação assume uma relação linear entre a tensão e a deformação no concreto em toda a seção da viga. Além disso, nos ensaios de tração direta, todo o volume da amostra é submetido às tensões aplicadas, enquanto que nos ensaios de flexão somente um pequeno volume de concreto próximo à base da amostra é submetido a tensões elevadas [8]. Considerando as resistências à compressão ( $f_{c,47}$ ) obtidas a partir dos corpos-de-prova cilíndricos (Tabela 3), a razão  $f_{ctm}/f_{c,47}$  deve estar de 10% a 12% aproximadamente [8]. A razão obtida neste trabalho foi de 9,52% em média, o que demonstra coerência com os valores sugeridos na literatura.

O módulo de elasticidade estático à flexão ( $E_{c,f}$ ), obtido com prismas aos 48 dias de idade, apresentou valores inferiores em até 46,19% aos obtidos com corpos-de-prova cilíndricos de até 46,19% (Tabela 5). Essa diferença deve-se, provavelmente, ao fato de utilizarmos equações derivadas da resistência dos materiais para a flecha elástica máxima, o que, de acordo com Metha e Monteiro [8], é uma medida aproximada. Assim, como o concreto é um material que apresenta fissuração na flexão devido ao seu caráter heterogêneo e não-linear, o que se pode esperar é um valor inferior para o módulo de elasticidade à flexão, quando comparado ao módulo de elasticidade à compressão.

**Tabela 5 – Módulo de elasticidade estático tangente inicial – ABNT – NBR 6118: 2007(15)**

| Norma ABNT – NBR 6118: 2007 (15) | $f_{ck28} = 48,63$ MPa | $E_{c,i} = 39,05$ GPa | $E_{c,s} = 33,19$ GPa |
|----------------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| Diferença entre o $E_c$          |                        | -11,62%               | +3,97%                |
| Diferença entre o $E_{c,f}$      |                        | -46,19%               | -34,64%               |



Tabela 6 – Resultados dos ensaios dinâmicos dos CP cilíndricos

| CP – Cilíndrico                    | $f_{n,long.}$ (kHz)<br>LE-EESC | $E_{c,d}$ (GPa)<br>LE-EESC | $f_{n,long.}$ (kHz)<br>ATCP | $E_{c,d}$ (GPa)<br>ATCP | $\varepsilon_c$<br>ATCP |
|------------------------------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 01                                 | 6,979                          | 42,003                     | 6,977                       | 41,59                   | 0,003327                |
| 02                                 | 6,925                          | 41,076                     | 6,996                       | 41,56                   | 0,003507                |
| 03                                 | 6,875                          | 41,036                     | 6,875                       | 40,91                   | 0,004751                |
| 04                                 | 6,981                          | 42,169                     | 6,932                       | 41,33                   | 0,002639                |
| 05                                 | 6,993                          | 42,171                     | 6,930                       | 41,10                   | 0,003048                |
| 06                                 | 6,925                          | 41,911                     | 6,922                       | 41,98                   | 0,003400                |
| MÉDIA                              | $6,946 \pm 0,046$              | $41,72 \pm 0,53$           | $6,938 \pm 0,042$           | $41,41 \pm 0,38$        | 0,003445                |
| $E_{c,d,méd} = 41,565 \text{ GPa}$ |                                |                            |                             |                         |                         |

Tabela 7 – Resultados dos ensaios dinâmicos dos CP prismáticos

| CP – Prismático                  | $f_{n,long.}$ (kHz)<br>LE-EESC | $E_{c,d}$ (GPa)<br>LE-EESC | $f_{n,long.}$ (kHz)<br>ATCP | $E_{c,d}$ (GPa)<br>ATCP | $\varepsilon_c$<br>ATCP |
|----------------------------------|--------------------------------|----------------------------|-----------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 07                               | 2,814                          | 44,281                     | 2,804                       | 43,56                   | 0,003866                |
| 08                               | 2,788                          | 44,080                     | 2,796                       | 43,15                   | 0,004254                |
| 09                               | 2,794                          | 43,654                     | 2,796                       | 43,12                   | 0,003931                |
| MÉDIA                            | $2,798 \pm 0,014$              | $44,01 \pm 0,320$          | $2,798 \pm 0,005$           | $43,28 \pm 0,246$       | 0,004017                |
| $E_{cdméd} = 43,645 \text{ GPa}$ |                                |                            |                             |                         |                         |

Tabela 8 – Comparação entre  $E_{c,d}$  e  $E_c$ 

| Tipo de CP | Relação                         | Média |
|------------|---------------------------------|-------|
| Cilíndrico | $E_{c,d}/E_c$ (LE-EESC) = 1,199 | 1,204 |
|            | $E_{c,d}/E_c$ (ATCP) = 1,209    |       |
| Prismático | $E_{c,d}/E_c$ (LE-EESC) = 1,254 | 1,265 |
|            | $E_{c,d}/E_c$ (ATCP) = 1,275    |       |

Tabela 9 – Cálculo analítico do  $E_c$  a partir do  $E_{c,d}$  experimental

| Fonte                  | $E_{c,d}$ exp.<br>(GPa) | $E_c$ exp.<br>(GPa) | $E_c$ calc.<br>(GPa) | Diferença<br>(%) |
|------------------------|-------------------------|---------------------|----------------------|------------------|
| BS 8110-2: 1985 (10)   | 41,565                  | 34,51               | 32,95                | 4,52             |
| Lyndon & Baladrán (11) | 41,565                  | 34,51               | 34,57                | 0,17             |

Tabela 10 – Outros resultados dos ensaios dinâmicos dos CP prismáticos

| CP – Prismático | $f_{n,flexional}$<br>(kHz) | $E_{c,d,flexional}$<br>(GPa) | $f_{n,torcional}$<br>(kHz) | $G_{c,d}$<br>(GPa) | $\nu_{c,d}$       |
|-----------------|----------------------------|------------------------------|----------------------------|--------------------|-------------------|
| 07              | 1,031                      | 43,45                        | 1,648                      | 17,85              | 0,22              |
| 08              | 1,021                      | 41,99                        | 1,644                      | 17,69              | 0,19              |
| 09              | 1,032                      | 42,50                        | 1,645                      | 17,59              | 0,21              |
| MÉDIA           | $1,028 \pm 6,084$          | $42,65 \pm 0,741$            | $1,646 \pm 0,002$          | $17,71 \pm 0,131$  | $0,206 \pm 0,015$ |

Nos ensaios dinâmicos foi obtido o módulo de elasticidade dinâmico longitudinal. Primeiramente foram determinadas as frequências naturais dos prismas, utilizando o valor médio entre três ensaios. As Tabelas 6 e 7 apresentam os valores médios do módulo de elasticidade dinâmico obtidos para os cilindros e prismas, a partir da frequência natural longitudinal (a direção longitudinal corresponde àquela paralela a maior dimensão do corpo-de-prova).

Comparando os resultados obtidos dos CP cilíndricos e prismáticos, percebe-se a influência do formato do corpo-de-prova no valor do módulo de elasticidade dinâmico. Os CP cilíndricos apresentaram valores inferiores aos obtidos com os CP prismáticos. Tal observação pode ser identificada tanto nos ensaios realizados pelo LE-EESC, quanto pela ATCP – Engenharia Física.

Como já delineado, o  $E_{c,d}$  para concretos de alta resistência (entenda-se concreto de alta resistência aquele que possui resistência superior a 40 MPa [8]) é da ordem de 20% superior ao  $E_c$ . Os resultados obtidos dos ensaios apresentaram a mesma ordem de grandeza sugerida por [8], isto é foram 20% superiores ao  $E_c$ , apenas para os CP cilíndricos, enquanto que os CP prismáticos apresentaram valores cerca de 26% superiores. (Tabela 8).

Considerando as sugestões da BS 8110-2: 1985 [10] e de Lyndon e Baladran [11] para o cálculo do  $E_c$  a partir do valor experimental do  $E_{c,d,méd.}$  (para os cilindros, Tabela 6), foi observada uma boa aproximação entre o valor do  $E_c$  com aqueles calculados analiticamente com as Equações 1 e 3 (Tabela 9).

Por fim, discutem-se os resultados obtidos para o coeficiente de amortecimento ( $\xi_c$ ), do módulo de elasticidade dinâmico obtido com a frequência ressonante de flexão ( $E_{c,d,flexional}$ ), do módulo de elasticidade à torção dinâmico ( $G_{c,d}$ ) e do coeficiente de Poisson dinâmico ( $\nu_{c,d}$ ). Esses parâmetros foram determinados apenas nos modelos prismáticos (exceto o coeficiente de amortecimento que também foi medido nos CP cilíndricos) com o equipamento Sonelastic®.

Os resultados apresentados presentes na Tabela 10 indicam que o  $E_{c,d,flexional}$  pode substituir o  $E_{c,d}$  sem prejuízos nos ensaios dinâmicos dos CP prismáticos, pois a diferença entre os valores obtidos foi da ordem de apenas 2% do valor do  $E_{c,d}$  [5]. Essa aproximação se torna interessante quando pensamos na dificuldade de excitação no sentido longitudinal dos primas de concreto em comparação com a excitação no sentido transversal.

Com relação ao coeficiente de amortecimento, o mesmo apresentou o comportamento esperado, isto é, foi muito pequeno. O amortecimento de elementos de concreto está compreendido numa faixa aproximadamente elástica e depende bastante do estado de tensão ao qual está submetido o elemento. A baixos níveis de ten-

são, que corresponde ao estado não-fissurado, o fator de amortecimento é baixo, inferior a 1% [7].

O módulo de elasticidade dinâmico à torção ( $G_{c,d}$ ) foi aproximadamente igual a 40% do valor do  $E_{c,d}$ , indicando que a estimativa da ABNT – NBR 6118:2007 [15] é bastante razoável, mesmo que esta relação seja direcionada para o módulo de elasticidade estático.

Utilizando a Equação 9, foram obtidos os valores para o  $\nu_{c,d}$  (Tabela 10), os quais foram ligeiramente superiores ao valor recomendado na ABNT – NBR 6118: 2007 [15], embora tenham sido menores que o valor sugerido por Neville [4].

## 6. Conclusões

Pela análise dos resultados obtidos, destacam-se os seguintes aspectos, sistematicamente.

- O valor obtido do módulo estático secante segundo a ABNT – NBR 6118: 2007 [15], aplicável para as análises elásticas de projeto, é ligeiramente menor (0,17% apenas) que o valor médio obtido experimentalmente. Todavia para uma análise global da estrutura, esse achado indica a necessidade de uma avaliação experimental do módulo de elasticidade estático inicial, tendo em vista que o  $E_c$  foi 11,62% inferior ao  $E_{c,i}$ ;
- O módulo de elasticidade à flexão, obtido nos ensaios estáticos, foi expressivamente inferior ao  $E_c$  (Tabela 5). Isso se deve ao fato da tentativa de descrever um parâmetro de característica não-linear com o uso de uma expressão linear. Talvez, por esse motivo, o ensaio de flexão tenha como principal objetivo a determinação da resistência à tração na flexão (ou módulo de ruptura) [8]. Com relação a esse parâmetro, considera-se aceitável a razão  $f_{ctM}/f_{c47}$  encontrada no trabalho, de 9,52%, uma vez que [8] sugere uma relação de 11 a 12% para a referida razão;
- A determinação do módulo de elasticidade do concreto a partir dos ensaios dinâmicos não-destrutivos apresentou resultados satisfatórios, e confiáveis, já que o  $E_{c,d}$  obtido permaneceu na faixa de 20 a 40%;
- Conseguiu-se estimar satisfatoriamente o  $E_c$  a partir do  $E_{c,d}$ , utilizando as formulações disponíveis na literatura (Tabela 9).
- O formato do corpo-de-prova influenciou os resultados experimentais. O valor do módulo de elasticidade dinâmico obtido com CP cilíndrico foi 5% inferior ao obtido com CP prismático, em média;
- As diferentes datas de realização dos ensaios para a caracterização do  $E_{c,d}$  não influenciaram significativamente os resultados encontrados. Supõe-se que a utilização do cimento de

- alta resistência inicial contribuiu para o ocorrido, uma vez que os ensaios foram realizados 21 dias após a moldagem.
- vii. Com relação ao coeficiente de amortecimento, módulo de elasticidade dinâmico à torção e coeficiente de Poisson dinâmico obtidos pelo Sonelastic®, mesmo não tendo sido comparados com valores obtidos pelo sistema ACE da Data Physics, se entende que foram satisfatórios, uma vez que baixíssimos níveis de coeficiente de amortecimento associados ao concreto foram encontrados, a relação  $G_c/E_{c,d}$  teve resultado próximo a 0,4, e o  $\nu_{c,d}$  próximo de 0,2 (Tabela 10);
- viii. O sistema, Sonelastic® foi eficiente na caracterização do módulo de elasticidade dinâmico, tendo portanto, validado os seus resultados a partir da comparação com aqueles obtidos pelo já consagrado sistema de aquisição ACE da Data Physics. Cabe ressaltar que a variação dos valores para a frequência natural dos corpos de prova utilizando o Sonelastic®, foi inferior a 1% e assim, considera-se que objetivo do trabalho foi alcançado. Por fim, cabe ressaltar que os ensaios dinâmicos são uma ferramenta poderosa aos projetistas estruturais. A possibilidade de aplicação em pré-fabricados de concreto no controle tecnológico, como por exemplo, para acompanhar a evolução da resistência do concreto e do módulo de elasticidade, é algo bastante interessante. Esse tipo de ensaio ainda se alinha com uma das premissas da pré-fabricação, a racionalização da construção, pois não gera resíduos, tem alta reprodutibilidade e possibilita a avaliação das propriedades do concreto ao longo da vida útil da estrutura, a partir do mesmo corpo-de-prova.

## 7. Agradecimentos

À FAPESP, pelo financiamento da bolsa de doutorado e do equipamento ACE Data Physics, ao LE-EESC, pela infraestrutura disponibilizada e à ATPC – Engenharia Física, pela parceria no desenvolvimento do trabalho.

## 8. Referências bibliográficas

- [01] McCONNELL, K.G.; VAROTO, P. S. (2008) *Vibration testing: theory and practice*. New York, John Wiley.
- [02] EWINS, D.J. (2000). *Modal testing: theory, practice and application*. 2. ed. RSP.
- [03] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. C597-09: Standard Test Method for Pulse Velocity Through Concrete. Philadelphia, 2009.
- [04] NEVILLE, A.M. (1982). *Propriedades do concreto*. São Paulo: Pini.
- [05] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. C215-08: Standard test method for fundamental transverse, longitudinal and torsional frequencies of concrete specimens. Philadelphia, 2008.
- [06] COSSOLINO, L.C; PEREIRA, A.H.A. (publicado online em: 21/10/2010). *Módulos Elásticos: Visão Geral e Métodos de Caracterização*. Informativo Técnico Científico. Disponível em: <http://www.atcp.com.br/imagens/produtos/sonelastic/artigos/RT03-ATCP.pdf>.
- [07] DIÓGENES, H. J. F. (2010) *Análise tipológica de elementos e sistemas construtivos pré-moldados de concreto do ponto de vista de sensibilidade a vibrações em serviço*. 210 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.
- [08] MEHTA, P.K.; MONTEIRO, P.J.M. (1994). *Concreto: estrutura, propriedades e materiais*. São Paulo: Pini.
- [09] MALHOTRA, V.M. (1986). *Testing Hardened Concrete: Nondestructive Methods*. ACI Monograph nº 9. The Iowa State University Press.
- [10] BSI — BRITISH STANDARDS INSTITUTION. BS 8110-2: 1985 - Structural use of concrete – Part 2: Code of practice for special circumstances. London, UK. 2001.
- [11] LYNDON, F. D.; BALADRAN, R. V.. Some observations on elastic properties of plain concrete, *Cement and Concrete Research*, v.16, No.3, pp. 314-24. 1986.
- [12] HAN S.H.; KIM, J.K. (2004). Effect of temperature and age on the relationship between dynamic and static elastic modulus of concrete. *Cement and Concrete Research*, v.34, p.1219-1227.
- [13] MESBAH, H.A., LACHEMI, M., AITCIN, P. Determination of elastic properties of high-performance concrete at early ages. *ACI Materials Journal*, v.99. n.1. p.37-41, 2002.
- [14] AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. C469-02: Standard Test Method for Static Modulus of Elasticity and Poisson's Ratio of Concrete in Compression . Philadelphia, 2002.
- [15] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.
- [16] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522: Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.
- [17] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 12142: Concreto - Determinação da resistência à tração na flexão em corpos de prova prismáticos. Rio de Janeiro, 2010.